



Universidad Autónoma de Baja California

Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
Maestría en Ciencias Educativas

“Implementación y evaluación de un modelo didáctico,
basado en enfoques constructivistas, para la enseñanza
de Estadística en el nivel superior”

TESIS

Que para obtener el grado de

MAESTRA EN CIENCIAS EDUCATIVAS

Presenta

María Fabiana Ferreyra Martínez

Ensenada B. C. México. Junio de 2007



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
Maestría en Ciencias Educativas

“Implementación y evaluación de un modelo didáctico, basado en
enfoques constructivistas, para la enseñanza
de Estadística en el nivel superior”

TESIS

Que para obtener el grado de
MAESTRA EN CIENCIAS EDUCATIVAS

Presenta

María Fabiana Ferreyra Martínez

APROBADO POR:

M. C. Javier Organista Sandoval
Director de tesis

Dr. Gilles Lavigne
Sinodal

M. C. Luis Ángel Contreras Niño
Sinodal

M. C. Sergio Pou Alberú
Sinodal

Ensenada B.C. México. Junio de 2007

DEDICATORIA

A mi yaya.

A mis padres, expertos en la *didáctica de la vida*.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por todas las gracias con que me bendijo.

A Carlos, Anita y Aramí, las fuentes de amor, paciencia y energía en mi trabajo.

A los miembros del Comité de tesis:

Javier Organista Sandoval, siempre presente cuando lo necesité para orientar y discutir mi trabajo;

Luis Ángel Contreras Niño, quien me apoyó de manera generosa y constante, especialmente por su ayuda en la parte de las evaluaciones;

Gilles Lavigne, quien me indicó valiosas sugerencias y comentarios que dieron mayor claridad a la lectura de mi tesis y Sergio Pou Alberú, por sus valiosos comentarios sobre didáctica.

A mis compañeros de maestría, con quienes compartí el fascinante camino de la educación, en especial a Martha y Estrella, porque en ellas gané dos maravillosas amigas.

A los maestros y alumnos de la carrera de Psicología de la UABC que, desinteresadamente, hicieron posible llevar a cabo la intervención y concreción de esta experiencia.

A los maestros del IIDE, de todos recibí conocimientos que enriquecieron mi vida académica. En especial a Joaquín Caso, Luz Elena Antillón, Kiyoko Nishikawa y M. Alejandra Sánchez Vázquez.

A las autoridades de la Universidad Autónoma de Baja California que otorgaron todas las facilidades para que esta investigación se pudiera llevar a cabo.

A mis entrañables amigas Marisa, Silvia y Graciela, ejemplos de personas.

A todos aquellos que, de forma anónima, colaboraron para la culminación de mi maestría.

A México y su gente solidaria.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	01
1.1. Planteamiento del problema y justificación de la investigación	07
1.2. Supuestos o preguntas	09
1.3. Objetivos	10
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	11
2.1. Características de una didáctica apropiada de la Estadística	12
2.1.1. Búsqueda de fundamentos	13
2.1.2. Estrategias concretas	15
2.2. Constructivismo	18
2.2.1. La epistemología genética de Piaget	21
2.2.1.1. Piaget y la educación	24
2.2.2. Vigotsky y el paradigma sociocultural	25
2.2.2.1. Vigotsky y la educación	30
2.2.3. El cognitivismo de Ausubel y Bruner	34
2.2.3.1. Bruner y la educación	38
2.2.3.2. Ausubel y la educación	40
2.3. La actitud: un factor no cognitivo	43
2.3.1. Hacia una definición de actitud	44
2.3.2. Actitud hacia la Estadística	46
2.4. Aplicaciones de los diferentes enfoques a esta investigación	47
3. MÉTODO	51
3.1. Participantes	52
3.2. Instrumentos	52
3.2.1. Examen diagnóstico	53
3.2.2. Guía de apoyo didáctico para el docente	55
3.2.3. Cuaderno didáctico del estudiante	55
3.2.4. Examen de conocimientos	61
3.2.5. Escala de actitud hacia la Estadística	65
3.2.6. Escala de percepción general de la experiencia	68
3.2.7. Guía para el grupo de discusión	70
3.2.8. Guía para la entrevista	71
3.3. Procedimiento	72
3.3.1. Evidencias de validez de los instrumentos: examen diagnóstico y examen de conocimientos	72

3.3.1.1.	Método de jueceo	73
3.3.1.2.	Pilotaje del examen diagnóstico	74
3.3.1.3.	Pilotaje del examen de conocimientos	76
3.3.2.	Intervención	78
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS		81
4.1.	Descripción de los estudiantes participantes	82
4.2.	Desempeño – Aprendizaje	83
4.2.1.	Diagnóstico	86
4.2.1.1.	Ítem análisis del diagnóstico	86
4.2.1.2.	Comentarios acerca de los conceptos y procedimientos que se evaluaron en el diagnóstico	87
4.2.1.3.	Opiniones de los participantes del grupo E acerca del diagnóstico	90
4.2.2.	Examen de conocimientos	91
4.2.2.1.	Ítem análisis del examen de conocimientos	91
4.2.2.2.	Comentarios acerca de los conceptos y procedimientos que se evaluaron en el examen de conocimientos	92
4.2.2.3.	Opiniones de los participantes del grupo E acerca del examen de conocimientos	96
4.2.3.	Inasistencias en el Grupo E	98
4.3.	Actitud hacia la Estadística	99
4.3.1.	Respuestas a la escala de actitud de Likert	99
4.3.2.	Respuestas al cuestionario aplicado a los participantes del Grupo E acerca su actitud hacia la Estadística	105
4.4.	Evaluación de la experiencia	106
4.4.1.	Acerca de la escala sobre la percepción general de la experiencia	106
4.4.2.	Acerca de la entrevista	110
4.4.3.	Acerca del grupo de discusión	112
5. DISCUSIÓN		117
5.1.	Interpretación de los resultados	118
5.1.1.	Correlaciones entre los desempeños-aprendizajes y otras variables	118
5.1.2.	Diagnóstico	120
5.1.3.	Examen de conocimientos	123
5.1.4.	Actitud hacia la Estadística	126
5.1.5.	Evaluación de la experiencia por maestro y estudiantes	127
5.2.	Conclusiones	129
5.3.	Limitaciones	132
5.4.	Recomendaciones	133
REFERENCIAS		135

ANEXOS**144**

ANEXO A. Examen diagnóstico	A-1
ANEXO B. Guía de apoyo didáctico para el docente	B-1
ANEXO C. Cuaderno didáctico del estudiante	C-i
ANEXO D. Examen de conocimientos	D-1
ANEXO E. Escala de actitud hacia la Estadística	E-1
ANEXO F. Escala de percepción general de la experiencia	F-1

FIGURAS

Figura	Descripción	Página
2.1.	Niveles de conocimiento en la Zona del Desarrollo Próximo Fuente: Caldeiro (2005) en Idoneos.com	27
2.2.	Esquema de aprendizaje significativo por recepción	37
4.1.	Respuestas a las preguntas adicionales de actitud hacia la Estadística – Grupo E	105

TABLAS

Tabla	Descripción	Página
2.1.	Postulados generales del enfoque piagetiano	25
2.2.	Postulados generales del enfoque vigotskiano	33
2.3.	Postulados generales de los enfoques de Bruner y Ausubel	43
3.1.	Dominio a evaluar en el diagnóstico. Número del ítem y nivel taxonómico	54
3.2.	Estructura del cuaderno didáctico del estudiante	56
3.3.	Desarrollo de contenidos del cuaderno del estudiante	61
3.4.	Dominio a evaluar en el examen de conocimientos. Número del ítem y nivel taxonómico	64
3.5.	Dimensiones, indicadores y variables considerados en la encuesta de información general y la escala de actitud hacia la Estadística	66
3.6.	Cuestionario para el Grupo E, complementario a la escala de actitud	68
3.7.	Indicadores y variables considerados en la escala de percepción general de la experiencia	69
3.8.	Guía para el grupo de discusión	70
3.9.	Guía para la entrevista al docente	72
3.10.	Pilotaje del diagnóstico. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del instrumento	75
3.11.	Evaluación del ítem según su índice de discriminación	75
3.12.	Pilotaje del diagnóstico. Análisis de distractores (en porcentajes)	76
3.13.	Pilotaje del examen de conocimientos. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del instrumento	77
3.14.	Pilotaje del examen de conocimientos. Análisis de distractores (en porcentajes)	77
3.15.	Aplicación de instrumentos a estudiantes y maestro en función del tiempo	80
4.1.	Población estudiantil considerada en la experiencia	82
4.2.	Distribución de los estudiantes participantes considerados	83
4.3.	Distribución de desempeños en bachillerato, universidad y exámenes en el grupo G	84
4.4.	Distribución de desempeños en bachillerato, universidad y exámenes en el grupo E	84
4.5.	Correlaciones entre las variables generales y las académicas para el grupo G	85
4.6.	Correlaciones entre las variables generales y las académicas para el grupo E	85
4.7.	Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del diagnóstico en el grupo G	87
4.8.	Análisis de distractores del diagnóstico en el grupo G	87
4.9.	Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del examen de conocimientos en el grupo G	92
4.10.	Análisis de distractores del examen de conocimientos en el grupo G	93
4.11.	Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del examen de conocimientos en el grupo E	95

4.12.	Grupo E. Correlación y prueba <i>t-student</i> de datos en parejas para los grupos de estudiantes con calificaciones más altas y más bajas en el diagnóstico (33% del total en ambos casos)	96
4.13.	Grupo G. Correlación y prueba <i>t-student</i> de datos en parejas para suma de enunciados iniciales y finales de la escala de actitud hacia la Estadística	99
4.14.	Grupo E. Correlación y prueba <i>t-student</i> de datos en parejas para suma de enunciados iniciales y finales de la escala de actitud hacia la Estadística	100
4.15.	Grupo G. Comparativo de actitud hacia la Estadística. Clasificación según indicadores	101
4.16.	Grupo E. Comparativo de actitud hacia la Estadística. Clasificación según indicadores	102
4.17.	Grupo G. Comparativo de actitud hacia la Estadística en relación con los desempeños	103
4.18.	Grupo E. Comparativo de actitud hacia la Estadística en relación con los desempeños	103
4.19.	Cambios de actitud hacia la Estadística, por género, en el grupo G	104
4.20.	Cambios de actitud hacia la Estadística, por género, en el grupo E	104
4.21.	Opinión de los estudiantes del grupo E acerca de la experiencia (enunciados positivos)	108 y 109
4.22.	Análisis del indicador cuaderno del estudiante y algunos de sus aspectos	110
4.23.	Opiniones y comentarios de la entrevista al maestro del grupo E	111 y 112
4.24.	Opiniones y comentarios del grupo de discusión efectuado con estudiantes del grupo E	113 y 114
5.1.	Resultados del ítem 15 del diagnóstico en el estudio realizado por Zurbano, Corral y Díaz (2003, p.6)	122

1. INTRODUCCIÓN

La Estadística es una rama de las matemáticas que ha cobrado auge con el desarrollo de la tecnología; además es indispensable en muchas ciencias e incluso en la vida cotidiana de este mundo globalizado en que vivimos (Batanero, 2000). A modo de ejemplo, le basta al lector abrir un periódico o una revista para encontrar tablas, gráficos o términos como media o frecuencia, entre otros, que pretenden explicar desde las posiciones de los equipos de fútbol hasta el desarrollo económico de un país. Lo anterior pone en evidencia la necesidad de la educación estadística como una herramienta de uso general en la sociedad, así como para la especialización en las ciencias.

La educación estadística es una disciplina aún “nueva” dentro de las matemáticas, apoyada en éstas para su desarrollo. Sin embargo, se encuentra bien organizada en instituciones internacionales que fomentan su investigación. Entre ellas destaca la Asociación Internacional de Estadística (*International Association for Statistical Education*, IASE) dependiente del Instituto Internacional de Estadística, (*International Statistical Institute*, ISI) que colabora con la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) y otras entidades internacionales para el apoyo sistemático en la formación estadística. Además, es importante mencionar que el IASE es el responsable de uno de los eventos internacionales más importantes, la Conferencia Internacional de Enseñanza de la Estadística, (*International Conference on Teaching Statistics*, ICOTS), que se efectúa cada cuatro años¹.

En Europa merece citarse el grupo “Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria” de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Dicho grupo está integrado por investigadores de cinco universidades, entre ellas la Universidad de Granada².

En México, el campo de la Estadística se desarrolla en entidades como lo son el Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y el Centro de Investigaciones Matemáticas (CIMAT), en Guanajuato. En cuanto a educación en esta ciencia, es de destacar el Centro de Investigación y de Estudios

¹ La última conferencia, ICOTS-7, se desarrolló en julio de 2006, en Salvador (Brasil) y su lema fue: trabajar de modo cooperativo en la educación estadística.

² La Universidad de Granada cuenta con una página Web con artículos y enlaces a otros sitios de educación estadística (<http://www.ugr.es/~batanero>).

Avanzados (Cinvestav) del Instituto Politécnico Nacional (IPN) que cuenta con el Departamento de Matemática Educativa con una plantilla de 28 investigadores y con una línea de investigación en Didáctica de las Probabilidades y Estadística; principalmente orientada a la educación básica.

En Europa y Estados Unidos se ha incorporado la materia de Estadística desde los niveles básicos de enseñanza y se promueve la investigación sobre su didáctica (Batanero, 2001b). Sin embargo la enseñanza de Estadística y la investigación educativa en esta rama es aún incipiente en Latinoamérica. En México no existe como materia obligatoria al nivel de enseñanza básica ni de bachillerato, aunque cabe destacar que en la Universidad Autónoma de Baja California (UABC) se enseña Estadística de manera obligatoria en, por lo menos, diez de sus facultades.

Cabe entonces una reflexión acerca de qué es la Estadística y cómo se enseña. En el diccionario de la Real Academia Española (RAE, 2001c), el término Estadística figura como: “rama de la matemática que utiliza grandes conjuntos de datos numéricos para obtener inferencias basadas en el cálculo de probabilidades”. En la página del sitio web *Wikipedia. La enciclopedia libre* (2007) se define como: “una ciencia matemática que se refiere a la colección, análisis, interpretación o explicación y presentación de datos”. La palabra "estadística" presenta su raíz etimológica en el latín *statisticum collegium* (“consejo de Estado”), como también en el alemán *Statistik*, introducido en 1749, que hace referencia a "la ciencia del Estado". Fue en el siglo XIX cuando el término adquirió el significado de recolectar y clasificar datos.

Por otro lado, es necesario señalar la estrecha relación entre Estadística y Probabilidad; los métodos estadístico-matemáticos emergieron de la teoría de la probabilidad con Fermat y Pascal allá por 1654. En la era moderna, el modelo fundamental de la Teoría de Probabilidades fue usado a través de la Estadística. La definición clásica de probabilidad recurre al concepto de *frecuencia relativa*, término de la Estadística.³

³ Si al llevarse a cabo un experimento sobre n casos igualmente posibles, hay s casos favorables al suceso A , se dice que: probabilidad de $A = \frac{s}{n} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables a } A}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$ (Foncuberta, 1996).

En la actualidad la Estadística se ha explayado más allá de sus orígenes como ciencia del estado, se usa para interpretar datos y tomar decisiones en ciencias naturales y sociales, medicina, negocios y otras áreas. Esta ciencia ha conseguido identidad propia, aunque es una “aliada” de las matemáticas. Se divide en dos grandes ramas: la Estadística Descriptiva y la Estadística Inferencial. La primera, que es la considerada en este estudio, se enfoca en los métodos de recolección, descripción, visualización y resumen de datos originados a partir de los fenómenos en estudio. Los datos se pueden expresar de manera numérica o gráfica.

En cuanto a la didáctica de la Estadística, la enseñanza tradicional se puede asociar a la didáctica tradicional de las matemáticas. A grandes rasgos, esta consiste en confrontar al estudiante con la definición de conceptos y fórmulas, proseguir con algunos ejemplos resueltos y luego indicar una *larga lista repetitiva* de ejercicios similares a los ya resueltos. Lo que coincide con el aprendizaje repetitivo por recepción definido por Ausubel, Novak y Hanesian (1983). Según Biembengut y Hein (2004), en la enseñanza tradicional pocas veces se presentan a los alumnos situaciones que requieren, después de su lectura e interpretación, una explicación de ese contexto. Sin esta vivencia, esa capacidad se va perdiendo y rescatarla no es tarea fácil.

Otro aspecto, señalado por Cadoche y Pastorelli (2004), es que la didáctica tradicional trata a las matemáticas (lo que podría trasladarse a la Estadística) como un objeto inmodificable que debe ser transmitido al estudiante mediante el proceso de enseñanza. Al generarse un proceso de emisión de información por parte del profesor, se activa un proceso de asimilación de dicha información por parte del estudiante. Pero ¿cómo se puede asegurar que el mensaje enviado por el profesor llegue idéntico al estudiante? Para que esto ocurra debería darse una correspondencia perfecta entre los significados que el profesor adjudica a los términos de su mensaje y los que les adjudica el estudiante en su propio proceso de decodificación, lo cual no siempre sucede.

Sin embargo, existe otra postura, también originada en las matemáticas. Ya en 1956, la XIX Conferencia Internacional de Instrucción Pública (como se cita en Santaló, Varela y Guasco, 1986, pp. 37-38), organizada por la UNESCO proponía una serie de recomendaciones para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas:

Para estimular y favorecer en el alumno el aprendizaje activo de las matemáticas [...] Es necesario adaptar la enseñanza a la capacidad individual y a la evolución mental del alumno. [...] Tener en cuenta que el conocimiento matemático nace y se desarrolla por la interiorización de las acciones concretas y la organización de los esquemas operatorios. [...] conceder prioridad a la reflexión y al razonamiento más bien que al entrenamiento y a la memorización, y limitar el papel de la memoria a la fijación de los resultados fundamentales.

No se puede negar que la Estadística es parte de la educación general, para poder interpretar tablas y gráficos que aparecen en los medios de comunicación; es una rama de las matemáticas considerada, en la actualidad, como parte de la herencia cultural indispensable para el ciudadano educado (Batanero, 2002). Además, como lo señala Melton (2004), es esencial que los estudiantes vean a la Estadística como una herramienta de uso en diferentes disciplinas y no, como un curso cuantitativo aislado.

Ottaviani (1999) y Ottaviani y Batanero (1999) afirman que la UNESCO remarca la importancia de la formación básica en la Estadística y argumenta que se debe proveer al estudiante de los elementos necesarios para que se apropie de una “cultura” estadística; es decir, que el alumno tenga la capacidad de comprender la abstracción lógica que hace posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos. De esto se desprende que es esencial adquirir los métodos y razonamientos que permitan interpretar datos y poder resolver problemas de decisión o realizar predicciones. Por lo tanto, esta ciencia es una excelente herramienta para mostrarle a los estudiantes la utilidad de las matemáticas, al resolver problemas reales (Batanero, 2000).

De acuerdo con estas recomendaciones, Estados Unidos de América, Gran Bretaña, España, Australia, entre otros países, han realizado numerosos estudios en educación estadística, en busca de una didáctica que propicie el aprendizaje de esta ciencia. En su mayoría, han coincidido en una *fundamentación constructivista*, basada en un *aprendizaje activo* (Batanero, 2001b; Chance, 2002; Garfield, 2002; Gnanadesikan, Scheaffer, Watkins y Witmer, 1997; Godino, 1996; Melton, 2004; Moore, 1997; Roiter y Petocz, 1996; Smith, 1998; Steinhorst y Keeler, 1995).

En los trabajos mencionados en el párrafo anterior, se destacan aspectos de la epistemología genética desarrollada por Piaget, del cognitivismo sustentado por Ausubel (el aprendizaje significativo por recepción) y Bruner (el aprendizaje por descubrimiento), y del conocimiento como proceso de interacción entre el sujeto y el medio, de Vigotsky.

Congruente con lo que la literatura proporciona al respecto, la presente investigación planteó un modelo didáctico, fundamentado en aspectos constructivistas, para la enseñanza de un tema de Estadística Descriptiva de la carrera de Psicología de la facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC.

Este estudio se basó en un enfoque descriptivo exploratorio; para ello se recurrió al desarrollo, aplicación y evaluación de diferentes instrumentos: un cuaderno didáctico para el estudiante, un diagnóstico, un examen de conocimientos, una escala de actitud hacia la Estadística, una guía de apoyo didáctico para el docente, una escala de evaluación del modelo, una encuesta y un grupo de discusión. Con ello se pretendió realizar un primer acercamiento a la investigación didáctica de esta ciencia en un ámbito concreto como lo es la UABC.

A continuación se hace el planteamiento del problema y la justificación de esta investigación, se enuncian las preguntas que guiaron el trabajo y los objetivos planteados. En el segundo capítulo se detallan los fundamentos teóricos que sustentan el trabajo, donde se incluye la definición del constructivismo y los aspectos principales considerados de Piaget, Vigotsky, Ausubel y Bruner. En el tercer capítulo, correspondiente al método, se explicitan el desarrollo de los instrumentos, las evidencias de validez de los mismos y los procedimientos que se llevaron a cabo. En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos y, en el capítulo final, la discusión de dichos resultados.

1.1. Planteamiento del problema y justificación del estudio

De acuerdo con lo expresado, se infiere la necesidad de la formación estadística del individuo tanto en su rol de ciudadano como de profesionista. Para ello se lo debe educar estadísticamente en las instituciones educativas. Y se cree, después de revisar las investigaciones relacionadas con el tema, que el constructivismo aporta un marco formal apropiado para dicha instrucción.

Ausubel *et al.* (1983) señalan que, a nivel de la educación universitaria principalmente, el aprendizaje se efectúa por recepción, debido al nivel de desarrollo de los estudiantes y de la cantidad de conceptos a aprender. La falla es que generalmente se realiza de forma memorística y no significativa. Los autores afirman que, cuando se apliquen los principios psicológicos que subyacen al aprendizaje significativo por recepción y se combinen con otros tipos de prácticas educativas, se podrá obtener un mejoramiento sustancial del aprendizaje escolar.

De acuerdo con las consideraciones tratadas en la conferencia sobre la formación de investigadores, organizada en el 2001 por la IASE, Batanero (2002) destaca la necesidad de hacer un gran esfuerzo de investigación en pos de una renovación en la metodología de enseñanza para que ésta no se realice a ciegas. Sin olvidar que la propuesta metodológica debe tener los recaudos que plantea Brousseau (2000), acerca de no pretender innovar por el hecho de luchar contra la obsolescencia ni descalificar una práctica antigua, sino para enriquecerla y mejorarla.

En México, la Estadística no tiene un rol destacado dentro de la enseñanza obligatoria y Moreno-Armella (2003) asegura que, en la mayoría de los casos, la didáctica de las matemáticas utilizada en las aulas es tradicional, el maestro es la fuente del conocimiento y al estudiante sólo le cabe el papel de asimilar *memorísticamente* los contenidos de la materia que, a largo plazo, se olvidan.

A nivel superior, en este país, el desarrollo de la investigación en educación estadística es escaso, como se señala en la serie *La Investigación Educativa en México 1992-2002* publicada por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE). En el libro

7.I., Camarena (2003) comenta acerca de la situación de la investigación educativa estadística a nivel superior; para ello toma las fuentes más reconocidas en el medio y, de un total de 114 trabajos analizados, apenas 4 refieren al tema de Estadística, dos de 1996, uno de 1998 y el último de 2001. Como balance de ese capítulo, se recomienda trabajar más los temas centrados en enseñanza, maestros y recursos para la enseñanza y aprendizaje, sobre todo en temas poco desarrollados como es la Estadística.

En el caso particular de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), el estudio de la Estadística es parte no sólo del currículo de las ciencias formales y naturales sino también de las ciencias sociales, ya que sirve para la formación de psicólogos, sociólogos, licenciados en educación, en comunicaciones, entre otras profesiones. Por otro lado, existen maestros de esta asignatura que no son egresados de institutos de formación docente en Estadística y no tienen otros estudios formales en cuanto a didáctica.

Dicha universidad, en su Plan de Desarrollo Institucional 2003-2006 (UABC, 2003) señala entre sus prioridades, la acreditación de los programas de licenciatura, lo cual se manifiesta como un logro del periodo y la ubica entre las primeras del país, en cuanto a la cantidad de programas certificados. Se cree que este proceso debe ir acompañado de estudios de investigación que ayuden a mejorar también las prácticas de enseñanza, con didácticas adecuadas que beneficien el aprendizaje de sus estudiantes.

Por lo tanto, la UABC se encuentra con la necesidad de “alfabetizar” a sus estudiantes en el área de Estadística y de brindarles las herramientas básicas de dicha disciplina a los futuros profesionistas; lo que conlleva a aunar esfuerzos para la construcción de una didáctica eficaz, con maestros capacitados para su aplicación.

El desafío de este trabajo fue presentar a la Estadística, de manera que el alumno sea parte activa de la construcción de su propio aprendizaje, se vea motivado a estudiarla y experimente la necesidad de la misma; a través de un modelo didáctico basado en un enfoque constructivista sustentado, específicamente, en aportes de Piaget, Vigotsky, Ausubel y Bruner.

Como resultado de la investigación se presenta:

- Un estudio formal realizado en la UABC, sobre una didáctica específica, basada en consideraciones constructivistas de la epistemología genética de Piaget, el cognitivismo de Bruner y Ausubel y el paradigma sociocultural de Vigotsky.
- Un material didáctico para la enseñanza de un tema de la asignatura de Estadística Descriptiva del tronco común de la Facultad de Ciencias Sociales y Administrativas de la UABC, dicho material puede servir a los maestros para ejemplificar en la construcción de otros materiales para la enseñanza de la Estadística.
- Dos instrumentos de evaluación con sus correspondientes validaciones: un diagnóstico (aplicado al comenzar la intervención) y un examen de conocimientos (al finalizar la misma).
- Una serie de sugerencias metodológicas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de Estadística.

Para terminar este apartado, es apropiado mencionar a Batanero (2000) quien afirma que es indiscutible que, desde el punto de vista de las matemáticas, el siglo XX ha sido de la Estadística y, el siglo XXI se vislumbra como el de la *educación* estadística.

1.2. Supuestos o preguntas

Las siguientes preguntas guiaron esta investigación:

- ¿Es posible implementar un modelo didáctico para la enseñanza de la Estadística basado en propuestas teóricas constructivistas?
- ¿En qué medida este modelo mejora el aprendizaje de la Estadística?
- ¿Cuál es la opinión de los maestros y alumnos acerca de la propuesta didáctica implementada?
- ¿Cuáles son los conceptos y las habilidades básicos con que cuentan los estudiantes para un curso introductorio de Estadística?

1.3. **Objetivos**

Objetivo general

Implementar y evaluar un modelo didáctico, basado en el constructivismo, para el aprendizaje de un tema de la asignatura Estadística Descriptiva en el nivel de licenciatura en el tronco común de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC.

Objetivos específicos

1. Desarrollar e implementar un modelo didáctico para el aprendizaje de un tema de Estadística Descriptiva.
2. Diseñar y validar inicialmente dos instrumentos de evaluación: diagnóstico y de conocimientos, en Estadística.
3. Explorar la actitud hacia la Estadística en un grupo de estudiantes de la materia de Estadística Descriptiva.
4. Evaluar el modelo propuesto, desde una perspectiva educativa.
5. Identificar los conceptos y habilidades con que cuentan los estudiantes al comenzar el curso de Estadística Descriptiva.
6. Analizar la opinión de los maestros y alumnos participantes acerca de la propuesta didáctica implementada.
7. Analizar la posible relación entre ciertas características de los alumnos (género, turno, desempeños escolares previos) con el desempeño en la materia, después de la aplicación del modelo didáctico aquí propuesto.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En este capítulo se presenta una reseña acerca de qué características tiene una didáctica apropiada de la Estadística a nivel básico en educación universitaria: en qué aspectos teóricos se sustenta y qué recursos se usan para su enseñanza. Posteriormente, se hace un análisis sobre los elementos más relevantes del constructivismo y de aquellos representantes que son el sustento de esta investigación:

- La epistemología genética de Piaget: el concepto de equilibración, los estadios (especialmente, el de las operaciones formales) y sus apreciaciones acerca de la educación.
- Vigotsky y el paradigma sociocultural, la Zona del Desarrollo Próximo, el lenguaje como signo fundamental para el aprendizaje y comentarios acerca de sus ideas sobre la educación.
- Aspectos cognitivistas tomados de Ausubel y Bruner: el aprendizaje significativo por recepción o por descubrimiento, la adquisición de conceptos y procedimientos y sus concepciones acerca de la educación.

Luego se describe el concepto de actitud, en general, y de actitud hacia la Estadística. Para finalizar con las aplicaciones de estas aportaciones teóricas a la didáctica de este trabajo.

2.1. Características de una didáctica apropiada de la Estadística

Según la Real Academia Española (2001b), didáctica proviene del griego *didaktiké* y refiere al “arte de enseñar”. García-Aretio (1989) señala que el proceso educativo se lleva a cabo a través de las denominadas *ciencias aplicativas*, dentro de ellas se encuentra la *didáctica*, cuyo objetivo es la aplicación concreta de los distintos principios de la educación para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje del mejor modo posible. De acuerdo con esto, la didáctica de la Estadística es una aplicación concreta para el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia.

Los estudios realizados acerca de la enseñanza-aprendizaje de la Estadística en los primeros cursos de nivel superior que, se cree, son de relevancia se pueden clasificar en dos tipos, aquellos que: 1. plantean la búsqueda de **fundamentos** para una metodología adecuada y 2. sugieren e implementan **estrategias concretas** para su enseñanza. A continuación se presenta una explicación más detallada de ambos puntos.

2.1.1. Búsqueda de fundamentos

En Estados Unidos de América es fructífero el aporte en cuanto a **fundamentos** para una didáctica de la Estadística. Entre los numerosos investigadores en el área es necesario citar a Moore (1997), quien plantea que la educación estadística transcurre en un nuevo contexto social y, por lo tanto, esto demanda la revisión de contenidos, pedagogía y tecnología. El autor manifiesta que la nueva pedagogía está a favor de una visión *constructivista* del aprendizaje. Los estudiantes no son receptáculos vacíos a llenar, sino que ellos construyen su propio conocimiento, combinando sus experiencias presentes con sus concepciones previas. El autor plantea la necesidad de una sinergia entre contenido, didáctica y tecnología. La automatización de actividades rutinarias demanda que el maestro enfatice en conceptos y estrategias; es decir, preste mayor atención en lo que no está automatizado. Plantea que el aprendizaje a distancia para cursos introductorios no es el más conveniente y sugiere que las actividades individuales deben complementarse con comunicación y cooperación.

En Australia, Roiter y Petocz (1996), de la Universidad de Tecnología de Sydney, plantean cuatro perspectivas acerca del marco de referencia de un curso de Estadística a nivel universitario. Éstas son, la Estadística como: 1. una rama de las matemáticas, 2. análisis de datos, 3. un diseño experimental o 4. una materia basada en la resolución de problemas. De acuerdo con el acercamiento que se elija, será la estructuración de las clases.

En España, Batanero (2001b) fundamenta el aprendizaje de Estadística en lo que postula Piaget: el conocimiento es *construido activamente* por el sujeto (a través de un proceso de equilibración), y no es recibido pasivamente del entorno. La autora aclara que, si bien la Estadística es parte de las ciencias matemáticas, ésta presenta una particularidad que obliga a buscar otras alternativas didácticas para su enseñanza. La Estadística necesita de experimentos aleatorios que, como muestran Piaget e Inhelder (como se cita en Batanero 2000, 2001b) carecen de carácter reversible; es decir, una serie de causas llevan a un resultado impredecible que, una vez producido no es posible regresar a su estado inicial. Además, la repetición de un fenómeno aleatorio tampoco sirve para comprobar un resultado, como ocurre con las operaciones aritméticas. Por lo tanto, los experimentos deben llevar a la convergencia y a las regularidades del comportamiento estadístico, a través del *razonamiento hipotético deductivo*. Batanero (2001a, 2001b) agrega que el aprendizaje también debe fundamentarse en los aspectos teóricos basados en Vigotsky; los cuales plantean que el sujeto no sólo responde a estímulos sino que actúa sobre ellos y los transforma mediante instrumentos (herramientas y signos).

En México, los estudios acerca de la enseñanza de la Estadística que realiza el Cinvestav son a nivel de enseñanza secundaria o medio superior. A nivel universitario, se conocen dos estudios realizados en 1996, uno por De León de la Universidad de las Américas y el otro por Delgado de la Universidad Autónoma del estado de Morelos, que se enfocan en las dificultades que presentan los estudiantes ante la adquisición de los conceptos de aleatoriedad, regresión y correlación, basados en aspectos constructivistas (Camarena, 2003). En 2005, en el VIII Congreso Nacional de Investigación Educativa, Eudave, de la Universidad de Aguascalientes, presentó el trabajo *Aprendizajes estadísticos en contexto en la formación de profesionistas universitarios*; dicha investigación es un estudio cualitativo basado en entrevistas a estudiantes acerca de sus aprendizajes en Estadística relacionados con su futura profesión (Medicina, Mercadotecnia y Psicometría).

Actualmente, en el estado de Baja California, en el Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo de la UABC, se encuentra un proyecto de tesis doctoral, a cargo de Organista,

titulado “Desarrollo y evaluación de lecciones con objetos de aprendizaje para la enseñanza en línea de Estadística”, fundamentado en el aprendizaje *constructivista*.

2.1.2. Estrategias concretas

En cuanto a **estrategias concretas** a aplicar en las aulas de las clases de Estadística, son numerosos los aportes realizados por investigadores de los Estados Unidos de América. Algunas de las recomendaciones de la *American Statistical Association* (ASA) y *Mathematical Association of America* (MAA) (Moore, 1997) son:

- a) Enfatizar los elementos de pensamiento estadístico: la necesidad de datos, la importancia de la producción de datos y la omnipresencia de la variabilidad.
- b) Incorporar más datos reales y conceptos, menos “recetas” y sus derivaciones, cuando sea posible automatizar cálculos y gráficos.
- c) Fomentar el aprendizaje *activo* con algunas de las siguientes alternativas: resolución de problemas grupales y discusión, ejercicios de laboratorio, demostraciones basadas en datos obtenidos en la clase, presentaciones orales y escritas, proyectos individuales o grupales, entre otros.

Por otro lado, Chance (2002) plantea la necesidad de fomentar un *pensamiento estadístico*. El concepto de *razonamiento estadístico* o *pensamiento estadístico*, que se usan indistintamente, según Garfield (2002), se define como: “la forma en que las personas razonan con ideas estadísticas o le dan sentido a la información estadística” (Garfield y Gal como se cita en Garfield, 2002, p. 1).

Para Garfield (2002), el razonamiento estadístico es un tema de interés para los psicólogos pues ellos emiten juicios y toman decisiones basados en información estadística. Según la investigadora, no hay un claro consenso acerca de cómo ayudar a los estudiantes a desarrollarlo o cómo determinar el nivel y la corrección (calidad de correcto). Ella afirma que, quizá con más estudios en el aula, donde se examinen

distintos tipos de razonamiento y el impacto de diferentes actividades de enseñanza sobre este pensamiento, los investigadores podrían entender mejor el proceso de cómo correcto se desarrolla.

Según Chance (2002), en los estudiantes de los primeros cursos, el pensamiento estadístico debe concentrarse en la adquisición de hábitos acerca de lo necesario para un consumidor informado en esta área. Desarrollar un pensamiento estadístico correcto, en esta etapa, consiste en adquirir las habilidades para manejar datos reales y demostrar flexibilidad en la resolución de problemas.

Melton (2004) concuerda con Garfield (2002) en que el pensamiento estadístico es necesario para un buen análisis estadístico. Entre otros aspectos, este pensamiento involucra la identificación de las fuentes de variación y estas variaciones, en muchos casos, provienen de la recolección y captura de datos. El investigador presenta ejercicios con los cuales se pretende despertar la necesidad de hacer buenas definiciones de los conceptos, estar de acuerdo con los datos a recolectar y generar un escepticismo acerca de los datos obtenidos y de la información que se desprende de los mismos. Hoerl (como se cita en Garfield, 2002) sugiere, para la adquisición del mismo, más problemas abiertos, el uso de casos tangibles, un esfuerzo por una comprensión completa (a grandes rasgos) de los conceptos claves, antes de las habilidades finas al aplicar herramientas numéricas.

Por otro lado, Steinhorst y Keeler (1995), coherentes con la concepción de aprendizaje *activo* de Piaget y Vigotsky, presentan materiales para este tipo de aprendizaje y proponen ejemplos de preguntas de examen, que han usado para cursos introductorios en la Universidad de Idaho, para probar la comprensión conceptual de los estudiantes. Esta propuesta se centra en aquello que los estudiantes pueden comprender acerca de Estadística, en vez de aquello que saben cómo calcular. Alientan a descubrir el pensamiento estadístico a través de la resolución de problemas del mundo real y, a su vez, se inclinan por el aprendizaje grupal.

Gnanadesikan, Scheaffer, Watkins y Witmer (1997), también defensores del aprendizaje *activo*, sugieren cambiar las clases magistrales por otras donde el estudiante se vea involucrado de un modo más activo. Los autores producen y usan una colección de actividades para promover una enseñanza más experimental. Estas actividades han sido probadas en diferentes aulas de universidades norteamericanas. De estas experiencias se recogieron comentarios de docentes y de alumnos, acerca de su efectividad.

Smith (1998), quien también se basa en el aprendizaje *activo*, propone implementar proyectos por equipos en los cursos y presenta una lista de veinte proyectos probados por el autor, en sus clases.

En España, Godino (1996) identifica los elementos que se necesitan en la constitución del significado de conceptos estadísticos. Ellos son:

- a) El campo de problemas donde surge el objeto.
- b) Los algoritmos y estrategias empleados para ese objeto
- c) Representaciones del mismo (palabras, signos, gráficos, etc.)
- d) Elementos conceptuales (definiciones, propiedades características y sus relaciones con otros conceptos).
- e) Las demostraciones y argumentos (para probar propiedades del concepto).

Según Batanero (2001b), este tipo de metodología se puede emplear en los cursos de nivel universitario, claro que con una comprensión más amplia, que abarque más propiedades y generalizaciones que las que se puede pedir a un alumno de escuela primaria.

En México, en 1998, Reyes (como se cita en Camarena, 2003) presenta un trabajo sobre el diseño de un software para matemáticas (donde se incluye Estadística) y las fases necesarias para ese diseño; y más tarde, Bueno y Cuevas en 2001 realizan un diseño de software estadístico para estudiantes de nivel medio superior y superior (como se cita en Camarena, 2003). Más recientes son las publicaciones de trabajos de investigación en

didáctica de la Estadística a través de la creación de objetos de aprendizaje en Internet para el aprendizaje de la Estadística de Lavigne y Organista (2006), Organista y Cordero (2006) y Organista y Lavigne (2006).

La recopilación de investigaciones a nivel internacional y nacional refleja que, en la actualidad, la enseñanza de la Estadística se sustenta principalmente en corrientes psicológicas *constructivistas*. Los conceptos claves que guían la mayoría de los trabajos, como necesidades básicas de los cursos introductorios a nivel superior, son *aprendizaje activo* y la adquisición de un *pensamiento estadístico*, en el cual se enfatiza la comprensión conceptual.

2.2. Constructivismo

A continuación se presenta una semblanza acerca del constructivismo: qué es, qué corrientes constructivistas existen, en qué situación se encuentra en la actualidad y, posteriormente, los principales autores que se seleccionaron, con los aspectos más relevantes que se tomaron como sustento para guiar este trabajo.

Según Carretero (2004), no puede afirmarse que el constructivismo es un término unívoco, es una posición compartida por distintas tendencias de la investigación psicológica y educativa.

Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo –tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos– no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de esos dos factores. (p. 21).

Smith-Gratto (2000) afirma que el constructivismo explica el aprendizaje como un proceso activo en el que el aprendiz construye el conocimiento y la comprensión desde

experiencias individuales. Woolfolk (1999) plantea que es una doctrina que destaca la actividad del individuo en la comprensión y asignación de sentido a la información. Por lo tanto, según estas posiciones, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una *construcción* del ser humano.

Por otro lado, como Díaz-Barriga y Hernández-Rojas (2002) expresan, el constructivismo se alimenta de diversas corrientes psicológicas: la epistemología genética, el cognitivismo y la psicología sociocultural, entre otras. A pesar de que sus autores sustentan teorías diferentes, todos coinciden en el principio de la importancia de la actividad constructiva del alumno en la realización de sus aprendizajes.

No existe una única corriente constructivista del aprendizaje. Al respecto, Moshman (como se cita en Woolfolk, 1999) considera tres categorías: constructivismo exógeno, endógeno y dialéctico. Según el constructivismo exógeno, el individuo reconstruye la realidad externa mediante elaboraciones mentales precisas de la misma. En el otro extremo, el constructivismo endógeno enfatiza que el ser humano construye su propio conocimiento del conocimiento anterior y no es moldeado por la organización precisa del mundo externo; un ejemplo es la teoría de las etapas del desarrollo cognoscitivo de Piaget. Finalmente, en un punto intermedio, el constructivismo dialéctico se plantea que el conocimiento se funda a partir de las relaciones entre factores internos (cognoscitivos) y externos (del ambiente y sociales). Dentro de esta última corriente se puede colocar a Vigotsky.

Carretero (2004) señala que la clasificación podría establecerse de acuerdo con la vinculación entre el aprendiz y los demás individuos. Así, se habla de que el aprendizaje es una *actividad solitaria*; un ejemplo de esta concepción son Piaget y Ausubel que plantean que el individuo aprende básicamente solo y no se especifica el papel de la cultura y la sociedad. Otra corriente afirma que *con amigos se aprende mejor*; en este enfoque se estudia el efecto de la interacción y el contexto social sobre el aprendizaje individual. Y por último, se cita que *sin amigos no se puede aprender*, sustentada por Vigotsky; donde el conocimiento no se plantea como individual sino social.

Se podría continuar con otro tipo de clasificaciones; sin embargo, se considera que ninguna es mejor que las demás. La educación es un fenómeno muy complejo donde entran en juego tanto variables individuales como sociales y, se considera que optar por un tipo determinado de constructivismo limitaría las posibilidades de desarrollo de esta investigación.

En cuanto a críticas que se le hacen al constructivismo que, a la vez, pueden estar relacionadas con este trabajo, es importante mencionar algunas reflexiones de Carretero (2004):

- a) El constructivismo tiene una postura absolutamente racionalista del aprendizaje y se olvida de que el aprendizaje asociativo es también un tipo de aprendizaje y que puede ser eficaz y adecuado. A veces, el aprendizaje por repetición o la sola apropiación del conocimiento (nomenclaturas, nombres, situación geográfica, etc.) pueden facilitar el aprendizaje significativo propio del constructivismo. Aprender no puede reducirse a comprender, también incluye la adquisición de información no significativa para el estudiante.
- b) A veces, es difícil separar la idea de concepto de la de procedimiento; por ejemplo, el procedimiento para hacer una tabla de doble entrada es, a la vez un concepto.
- c) Por otro lado, el constructivismo afirma que el conocimiento nuevo sólo se adquiere mediante la interacción con los esquemas que posee el alumno; sin embargo, las concepciones alternativas afirman que, al menos en las ciencias naturales, los alumnos se resisten a abandonar sus conocimientos cotidianos o intuitivos, aún después de varios años de instrucción específica.

Del amplio espectro que presenta el constructivismo, se abordan a continuación elementos de la epistemología genética de Piaget, del paradigma sociocultural de Vigotsky y del cognitivismo fundado en Ausubel y Bruner.

2.2.1. La epistemología genética de Piaget

Si bien se encuentran elementos constructivistas en las obras de Vico, Kant, Marx y Darwin, entre otros; es con el pensamiento piagetiano, desde la tercera década del siglo XX, cuando se plasma de modo concreto el paradigma constructivista en los trabajos de lógica y sobre el pensamiento verbal de los niños (Díaz-Barriga y Hernández-Rojas, 2002). Estos estudios fueron motivados por las inquietudes epistemológicas que el propio Piaget traía desde su juventud (Hernández-Rojas, 1998).

Según Hernández-Rojas (1998), los aspectos centrales del constructivismo genético piagetiano son dos: **la equilibración** y **los estadios**. A continuación se presentan algunos términos necesarios para su comprensión y aplicación posterior.

El concepto de la equilibración ¿Cómo se aprende, según Piaget? El sujeto trata de adaptarse al medio; cuando un concepto nuevo se presenta sobre otros ya existentes, se genera un *conflicto cognitivo* o *desequilibrio* en su estado mental que se resuelve mediante un proceso de *equilibración* entre la *asimilación* (cuando el sujeto interpreta la información que proviene del medio en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles) y la *acomodación* (cuando se modifica el esquema asimilador o se crean otros en respuesta a la nueva información) (Batanero, 2001a, 2001b; Pozo, 1996; Smith-Gratto, 2000).

Koplowitz (1981) afirma que la epistemología de Piaget es constructivista en dos grandes sentidos, a través de los procesos de asimilación y acomodación. La información no se presenta como tal, sino que el individuo la asume según sus esquemas; por otro lado, un nuevo esquema no es copia, es creado gracias a la equilibración. Las estructuras del sujeto son el resultado de sus propias acciones y no, de una fuente externa. Piaget propone una teoría donde las estructuras cognoscitivas surgen de estructuras previas mediante la *acción, el desequilibrio y la equilibración*. El mecanismo de equilibración explica la elevación del nivel de estructuras, para un mayor y mejor conocimiento. Así lo

explican Tudge y Rogoff (1996), quienes afirman que en la teoría de Piaget, la equilibración es el factor principal del desarrollo, cuando el esquema se altera de modo que la nueva experiencia se ajusta mejor, el equilibrio se restablece a un nivel superior.

Los estadios de Piaget: las operaciones formales Otro de los legados importantes de la teoría piagetiana es la clasificación del desarrollo del individuo, en estadios. Un estadio es un periodo de desarrollo del ser humano que implica una integración coherente de operaciones (Brown y Deforges, 1981). Son los esquemas y las estructuras cognitivas los que definen estas etapas del desarrollo cognitivo. Estas estructuras son integrativas y no se sustituyen unas a otras, cada una resulta de la precedente y prepara a la siguiente, incluyéndose como una estructura subordinada. Cada estadio se caracteriza por tener un periodo inicial de preparación y otro final de culminación (Carretero, 2004).

Según Piaget (1973), durante esa evolución pueden identificarse con cierta claridad, seis estadios: 1- de los reflejos o ajustes hereditarios; 2- de las primeras costumbres motrices y de las primeras percepciones organizadas; 3- de la inteligencia sensorio motriz o práctica (anterior al lenguaje)¹; 4- de la inteligencia intuitiva o segunda parte de la “primera infancia” (dos a siete años de edad); 5- de las operaciones intelectuales concretas, inicio de la lógica (de los siete a los once o doce años); 6- de las operaciones intelectuales abstractas (a partir de los doce años).

El pensamiento formal, exclusivo del último estadio, se hace posible gracias a que las operaciones lógicas comienzan a ser traspuestas del plano de la manipulación concreta al plano de las meras ideas, expresadas en cualquier tipo de lenguaje (como podrían ser el lenguaje de las palabras o de los signos matemáticos). Por lo tanto, se trata de un pensamiento hipotético deductivo, es capaz de deducir las conclusiones que deben extraerse de simples hipótesis y no únicamente de una observación real, por lo que representa una dificultad y un esfuerzo mental mucho mayores que el pensamiento concreto. Se trata de reflexionar estas operaciones independientemente de los objetos y

¹ Las tres primeras etapas constituyen el período del lactante (hasta la edad de un año y medio a dos años) o sea antes del desarrollo del lenguaje.

sustituir a éstos por simples proposiciones. Esta reflexión es un pensamiento en segundo grado: el pensamiento concreto es la representación de una acción posible y el pensamiento formal, la representación de una representación de acciones posibles. Ante un problema determinado, el alumno se plantea todas las posibilidades de interacción o combinaciones que pueden darse entre los elementos de un problema, en vez de usar sólo términos concretos (Piaget, 1973).

Sin embargo, son numerosas las críticas que ha recibido la etapa del pensamiento formal clásico piagetiano ya que éste no es universal en la mayoría de los adolescentes, e incluso los adultos; sino que presenta numerosas dificultades. Hay tareas formales que son más difíciles que otras, e incluso, la misma estrategia formal en un individuo puede presentar problemas al aplicarse en diferentes contenidos (Carretero, 2004).

Según Woolfolk (1999), los primeros estadios son impuestos por la realidad física al individuo; sin embargo las operaciones formales no están vinculadas al mundo físico, son el producto de la experiencia y la práctica en la solución de problemas hipotéticos. Piaget (como se cita en Woolfolk, 1999) reconoció que los adultos aplican el pensamiento formal sólo en algunas áreas donde tienen interés o mayor experiencia. Por lo tanto, no puede verse como extraño que un joven no tenga capacidad para aplicar el pensamiento hipotético en todos los problemas que se le presenten; en algunos casos encuentra rutas alternativas como memorizar fórmulas o secuencia de pasos para un examen, sin lograr una comprensión verdadera.

Otro aspecto interesante es la vinculación que hace Piaget del pensamiento con el medio social. Fernández y Melero (1996) señalan que el científico distingue tres tipos de pensamiento: inteligencia sensorio motriz, la concreta y la formal; y que ellas se corresponden con tres tipos de socialización: imitación, egocentrismo y cooperación, respectivamente. Sin embargo, si bien ha señalado la influencia del ambiente social sobre el desarrollo, pareciera que el ambiente sólo tiene un pequeño papel en el aceleramiento o retroceso del desarrollo, su reconocimiento de lo social sólo ha sido a nivel teórico.

2.2.1.1. Piaget y la educación

Si bien Piaget no abordó los problemas educativos de modo sistemático dejó algunos escritos sobre educación, entre ellos: *Psicología y pedagogía*, aparecido por primera vez en 1976. Los seguidores de esta la teoría, en un primer momento desplazaron el problema de la enseñanza al del aprendizaje, el docente pasó a un lugar secundario y se interpretó a la enseñanza como una actividad subordinada a los procesos del desarrollo (Hernández-Rojas, 1998). Surgió entonces la actividad como autoestructurante y el alumno protagonista y centro de las actividades. En esta etapa nació la escuela activa con grandes pedagogos como Decroly, Montessori y Ferrière.

Cabe aclarar que la propuesta piagetiana prosperó, en gran medida, en la educación preescolar y primaria donde los currícula no son tan agobiantes en contenidos como podrían ser los de la educación superior. Fue en la década pasada cuando surgieron nuevos puntos de vista acerca de la enseñanza constructivista basada en la epistemología genética (Castorina, 2004).

Si bien Piaget (1981) estuvo de acuerdo con usar métodos activos y criticó la enseñanza transmisionista y verbalista; aclaró que un planteamiento activo sin el sustento teórico-empírico no aseguraba la comprensión correcta de las actividades espontáneas de los aprendices. Según esta nueva visión, se reconoce el valor de los contenidos programáticos como preexistentes al alumno donde éste último, muchas veces no puede reconstruir por sí solo sino con la ayuda del maestro. Es decir, se recupera la actividad constructivista del estudiante; sin embargo, el maestro es responsable de la situación didáctica y de la reconstrucción de los contenidos curriculares.

La tabla 2.1, reestructurada de acuerdo con Díaz-Barriga y Hernández-Rojas (2002) y Woolfolk (1999), esquematiza, a modo de resumen, este apartado dedicado a Piaget: el modelo de equilibración como base epistemológica que da fundamento a la formación del

conocimiento en el individuo, el aprendizaje supeditado al nivel cognitivo del sujeto, el alumno constructor activo y el maestro como facilitador y guía.

Tabla 2.1. Postulados generales del enfoque piagetiano

Concepciones y principios con implicaciones educativas	Énfasis en la autoestructuración. Modelo de equilibración: generación de desequilibrio y reestructuración conceptual. Todo aprendizaje depende del nivel cognitivo del sujeto. Aprendizaje por descubrimiento. El conocimiento es un cuerpo cambiante.
Aprendizaje	Construcción activa, reconstrucción del conocimiento previo. Ocurre por oportunidades múltiples y diversos procesos para vincularlo con lo que ya se sabe. Determinado por el desarrollo.
Enseñanza	Indirecta, por descubrimiento.
Función del alumno	Constructor activo
Función del maestro	Facilitador, guía. Escucha ideas y pensamientos de sus alumnos.
Función de los compañeros	No es necesaria; pero puede estimular el pensamiento.

2.2.2. Vigotsky y el paradigma sociocultural

El acercamiento de Vigotsky a la psicología es contemporáneo al de Piaget y tienen en común que ambos parten de la oposición al asociacionismo y al mecanicismo. Vigotsky rechaza la mera acumulación de reflejos o asociaciones entre estímulos y respuestas. Él afirma que hay rasgos que son puramente humanos, como lo es el lenguaje, que no se pueden traducir a asociaciones. Según Carretero (2004), uno de los aportes más importantes de Vigotsky es el de concebir al sujeto como un ser social y al conocimiento como un producto social. Más aún, Hernández-Rojas (1998) asevera que Vigotsky fue el fundador y promotor del paradigma sociocultural en psicología.

Si bien Vigotsky incursionó por la psicología pocos años, tan sólo diez de actividad, durante ese periodo completó cerca de 180 escritos que bastaron para que desarrollase uno de los esquemas teóricos más prodigiosos del siglo XX, que aún sigue vigente y con facetas por descubrir.

Gran parte de su obra giró en torno a la explicación del origen del desarrollo de las funciones psicológicas superiores, con un peso especial en el lenguaje. Cabe preguntarse entonces: ¿qué son las funciones psicológicas superiores? Estas difieren de las funciones psicológicas naturales porque son específicamente humanas, no se comparten con los animales. Las naturales son condición necesaria; pero no suficiente para la constitución y desarrollo de las superiores. Lo que determina a las últimas es la condición sociocultural donde se desarrollan. Sin embargo, se debe aclarar que las funciones psicológicas superiores son resultado de una prolongada serie de sucesos evolutivos, no son una simple copia directa y pasiva de las relaciones sociales (Hernández-Rojas, 1998).

Esto se reduciría a que los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.) se adquieren primero en un contexto social y luego se *internalizan*. Es decir, esta internalización es producto de un determinado comportamiento cognitivo en un contexto social. Un alumno que tenga más oportunidades de aprender con otro, no sólo adquiere más información, sino que logra un mayor desarrollo cognitivo. Para Vigotsky, la interacción social es más que un método de enseñanza, es el origen de dichas funciones psicológicas superiores (Woolfolk, 1999; Tudge y Rogoff, 1996).

Para las posiciones constructivistas, el aprendizaje no es sólo una actividad individual, sino también, social. El alumno aprende de modo más eficaz cuando lo hace en un contexto de colaboración e intercambio con sus compañeros. Igualmente, se han precisado algunos de los mecanismos de carácter social que estimulan y favorecen el aprendizaje, como son las discusiones en grupo y el poder de la argumentación en la discrepancia entre alumnos que poseen distintos grados de conocimiento sobre un tema (Carretero, 2004).

A Vigotsky se deben la definición del concepto de Zona de Desarrollo Próximo y la explicación de los instrumentos socioculturales como recursos para el aprendizaje que, a continuación se explican.

La Zona del Desarrollo Próximo (ZDP) Vigotsky (1995) introdujo el concepto *zo-ped*, traducido como la *zona del desarrollo próximo* (ZDP) que consiste en la “diferencia” entre la edad mental del aprendiz y el nivel que alcanza al resolver problemas con ayuda. Esta definición, se puede interpretar como:

La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente el problema y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Caldeiro, 2005) (ver figura 2.1)

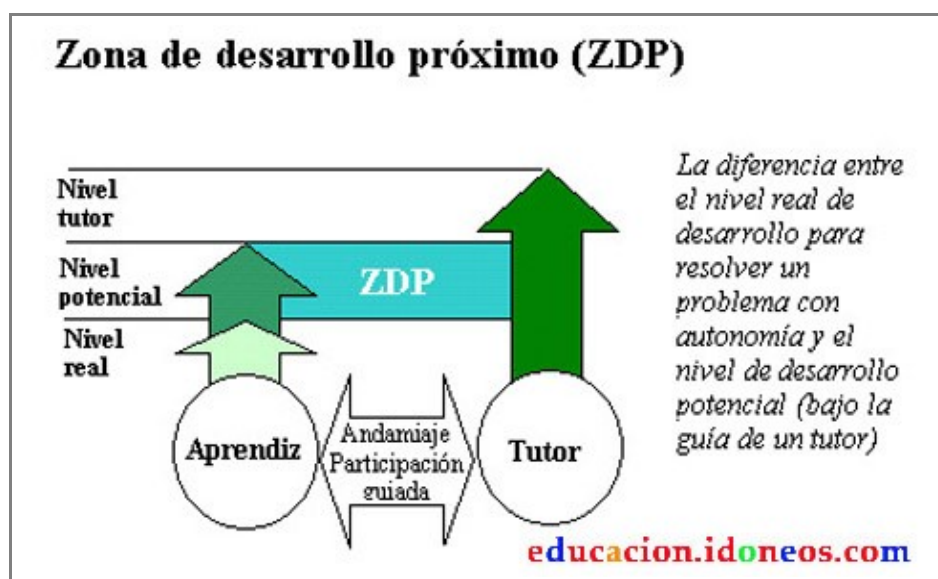


Figura 2.1. Niveles de conocimiento en la Zona del Desarrollo Próximo
Fuente: Caldeiro (2005)

Este concepto concibe al aprendiz como un ser social no sólo activo; sino también interactivo. Según Kohl (2004), Vigotsky señala que la relación que se da en el aprendizaje es fundamental, nunca ocurre en el individuo aislado: incluye al que aprende, al que enseña y la relación entre ambos.

Otro aspecto es que para Vigotsky (1995) el explotar la ZDP no es mera copia y transmisión del conocimiento, es una transformación, es decir, una modificación de la comprensión individual. Un cuestionamiento que se hace a este concepto es si Vigotsky

se refiere a un posible control de un individuo sobre otro, a la falta de autonomía del sujeto, a una especie de determinismo cultural. A esto, el científico responde que en cada situación de interacción social el individuo se presenta con una trayectoria particular, con determinadas posibilidades de interpretación del material que proviene de esa fuente externa. Además cada individuo lleva consigo conciencia, voluntad e intención propias de cada ser humano. El que aprende no es un receptor pasivo. Por otro lado, el cerebro es la base biológica, sus características definen los límites y posibilidades del aprendizaje (Kohl, 2004).

El alumno debe ser entendido como un ser social, producto y protagonista de múltiples interacciones. Reconstruye los saberes; pero no lo hace solo, lo hace en colaboración con otros. No sólo los maestros pueden promover la creación de ZDP; sino también los pares más capaces en determinado dominio del aprendizaje, lo pueden hacer en una relación más cercana y más horizontal (Hernández-Rojas, 1998).

Para la creación de una ZDP es necesaria la *cooperación* (concepto compartido tanto por Piaget como por Vigotsky). Esta cooperación está relacionada con el concepto de *intersubjetividad*. La intersubjetividad es la comprensión conjunta de un tema por parte de dos individuos que trabajan juntos y que tienen en cuenta el punto de vista de su par. La concepción de Vigotsky requiere que la relación entre dos interlocutores sea de intersubjetividad, en la que sea posible lograr un grado de comprensión conjunta de la tarea. Para Vigotsky, los interlocutores ideales no son iguales, aunque la desigualdad debe residir en la comprensión y no, en el poder. El modelo de Vigotsky es un modelo cuyo énfasis está en el desarrollo de la comprensión y el significado compartidos (Tudge y Rogoff, 1996).

Instrumentos: el lenguaje como mediador esencial Para Vigotsky, el problema epistemológico de la relación entre sujeto↔objeto, bipolar en otros paradigmas, se convierte en un triángulo abierto en el que los vértices representan al sujeto, objeto y los instrumentos socioculturales. Se dice que es abierto porque lo está a los procesos de

influencia de un grupo sociocultural determinado (Hernández-Rojas, 1998). Al actuar sobre un objeto el individuo utiliza instrumentos de naturaleza sociocultural que pueden ser de dos tipos: herramientas y signos (Vigotsky, como se cita en Hernández-Rojas, 1998).

Las herramientas están externamente orientadas y los signos lo están internamente. Las primeras (como podría ser un martillo) actúan materialmente sobre el estímulo, modificándolo. El signo no modifica materialmente al estímulo, sino a la persona que lo utiliza como mediador. Entre los signos se destaca el *lenguaje*, como un proceso de aculturación que se usa para influir sobre uno mismo, a través de su internalización. La adquisición de los signos no consiste solo en tomarlos del mundo social externo, es necesario interiorizarlos (Pozo, 1996).

Cabe destacar que la comprensión no es una mera acumulación de pensamientos y comportamientos, sino que implica transformaciones cualitativas de actividades sociales para ajustarse a la creciente comprensión del individuo. Y el concepto clave para esa transformación es la *mediación*. Lo social no se convierte directamente en individual, pasa por un enlace, un instrumento psicológico. Dicho enlace mediador es el signo, las palabras son el ejemplo principal de este enlace (Tudge y Rogoff, 1996).

El lenguaje no es un simple facilitador del aprendizaje; es el instrumento esencial de este proceso. El uso de la palabra interviene en la formación de conceptos; por medio de este instrumento, el individuo puede luego asociar propiedades o hacer abstracciones de los objetos (Castorina, 2004). Por otro lado, gracias al lenguaje como mediador, los estudiantes prestan, solicitan y reciben ayuda. Es decir, el lenguaje permite regular la ejecución de los otros e influir en ella, y además la ejecución interna del individuo en sí mismo (Hernández-Rojas, 1998).

2.2.2.1. Vigotsky y la educación

Como se deduce de lo expresado anteriormente y también lo afirma Hernández-Rojas (1998), según el pensamiento vigotskiano, el proceso de desarrollo psicológico individual no es independiente de los procesos educacionales.

Vigotsky criticó los enfoques acerca de los procesos de desarrollo y aprendizaje que privilegiaban uno u otro, cualquiera de esos reduccionismos constituye un error, desde su postura. Aprendizaje y desarrollo establecen una relación indisociable de influencia recíproca, forman una unidad (no, una identidad), no hay aprendizaje sin un nivel de desarrollo previo ni hay desarrollo sin aprendizaje (Hernández-Rojas, 1998; Pozo, 1996). Un buen aprendizaje sería el que precede al desarrollo y contribuye para potenciarlo.

Kohl (2004) asevera que el aprendizaje posibilita el desarrollo de procesos internos que no sucederían si el individuo no estuviera en contacto con el ambiente cultural. La relación que se da en el aprendizaje es fundamental para definir el proceso que Vigotsky denomina *obuchenie*, que significa aproximadamente “proceso de enseñanza-aprendizaje” y que incluye al que aprende, al que enseña y la relación entre ambos. Por lo tanto se trata de un proceso de relación interpersonal. La idea de que alguien enseña se concreta en objetos, situaciones y en la propia lengua, fundamental en el proceso.

El aprendizaje es asistido o mediado por los maestros y los instrumentos de su entorno y casi toda la ayuda se comunica mediante el lenguaje (Woolfolk, 1999). El profesor es una persona real, físicamente presente para el que aprende y que interviene en el proceso y provoca avances que no sucederían espontáneamente. Es un agente cultural y mediador esencial entre los saberes socioculturales y los procesos de apropiación de los alumnos; da cierta dirección intencionada al aprendizaje (Hernández-Rojas, 1998).

El profesor debe crear una ZDP con los alumnos sin olvidar que las actividades que se desarrollen sean guiadas por el docente hacia la apropiación de conocimientos a través de

los instrumentos de mediación socioculturalmente aceptados y valorados (Hernández-Rojas, 1998).

Los estudiantes deben ser puestos en situaciones donde, si bien deben esforzarse por entender, también cuentan con el apoyo del maestro y de sus pares. Animar a los estudiantes a que enfrenten desafíos; pero también a buscar ayuda cuando están en dificultades (Woolfolk, 1999). Tiene especial importancia la intervención de los otros miembros del grupo social como mediadores entre la cultura y el individuo. La intervención de los miembros más maduros en el aprendizaje es esencial. Según Vigotsky, el mero contacto con el objeto no garantiza el aprendizaje, la mediación con otros individuos es indispensable para provocar avances en el dominio de un sistema culturalmente desarrollado y compartido (Kohl, 2004). A través de la interacción social, los individuos aprenden otros puntos de vista y construyen comprensiones más complejas acerca del mundo (Smith-Gratto, 2000).

La ZDP ocurre en un marco de interactividad entre maestro-alumno o experto-novato, en general. Algunos aspectos a tener en cuenta según Hernández-Rojas (1998) son:

- a) Insertar las actividades que realizan los alumnos en un contexto más amplio, enseñarles la intencionalidad y dirección de los aprendizajes.
- b) Fomentar la participación de los alumnos en diversas actividades, que participen de modo crítico y a través del diálogo.
- c) Hacer uso explícito y diáfano del lenguaje, evitar rupturas e incomprensiones en la enseñanza.
- d) Establecer relaciones explícitas entre lo que los alumnos ya saben y los nuevos contenidos de aprendizaje.

A modo de resumen, se puede decir que Vigotsky afirma que el proceso de enseñanza-aprendizaje fomenta el desarrollo, la actividad educativa es constitutiva del propio desarrollo, la interacción social permite a los alumnos avanzar en los sistemas conceptuales y el docente guía en dirección del saber a enseñar (Castorina, 2004). Para

Vigotsky adquieren vital importancia los procesos de instrucción o de facilitación externa de mediadores para su internalización. En opinión de Pozo (1996), esta última idea convierte a Vigotsky en un científico actual porque la instrucción es una de las áreas de auge en el cognitivismo; y dentro del cognitivismo, las aportaciones de Ausubel son el mejor apoyo para los planteos vigotskianos.

Por último, este trabajo no pretende generar una polémica entre las visiones de Piaget y Vigotsky, sino que busca enriquecerse con ambas posturas que, como afirma Castorina (2004), no son contradictorias. En cuanto a las similitudes entre Piaget y Vigotsky debe citarse que ambos están interesados en el origen de la función semiótica, adoptan un enfoque genético para analizar el pensamiento del adulto. Toman una posición organicista frente al asociacionismo y al positivismo experimental. Tanto Vigotsky como Piaget enfatizan la actividad del sujeto para adquirir el conocimiento. La diferencia entre ambos es en el papel concedido al medio social. Según lo expresa Piaget en 1962, Vigotsky cae en un excesivo optimismo biosocial, refiriéndose al libro de éste último: *Pensamiento y lenguaje* (como se cita en Pozo, 1996). También lo afirman Tudge y Rogoff (1996), no se debe caer en la creencia de que la interacción social lleva a beneficios ilimitados, sino que facilita el desarrollo de ciertos aspectos, uno de ellos parece ser que los participantes comprendan otros puntos de vista o participen en destrezas más complejas (mediante la observación activa o la participación en la solución de un problema).

Según Castorina (2004), Piaget explica el desarrollo intelectual por el mecanismo de equilibración; según este proceso, el desarrollo precede y pone límites a los aprendizajes, el aprendizaje es un derivado del propio desarrollo. Mientras que para Vigotsky el aprendizaje interacciona con el desarrollo, de modo que se produce una apertura con la ZDP y así los aprendizajes también pueden influir en el desarrollo del individuo que aprende. Para Vigotsky, la única enseñanza buena es la que promueve el desarrollo.

El mismo autor señala que de esa comparación entre Piaget y Vigotsky en la línea de desarrollo, surgen las expresiones según Piaget: *inside out*; según Vigotsky: *outside in*.

Los mecanismos de equilibración de Piaget orientan la constitución de la lógica “de adentro hacia fuera”, mientras que, según Vigotsky, con los significados que se dan a los actos a través de códigos sociales establecidos, los individuos interpretan sus acciones en un proceso que va “de afuera hacia adentro”.

Por otro lado, es importante señalar que Piaget dejó una teoría sistemática apoyada en largos programas de investigación; mientras que Vigotsky no logró un sistema estructurado en forma de teoría; probablemente debido a su muerte temprana (Castorina, 2004). Sin embargo, la aportación de Vigotsky resulta de máxima actualidad, aunque sea más un boceto que una teoría en sí misma (Pozo, 1996).

A modo de resumen la tabla 2.2 presenta el apartado dedicado a Vigotsky, organizada de acuerdo con Díaz-Barriga y Hernández-Rojas (2002) y Woolfolk (1999).

Tabla 2.2. Postulados generales del enfoque vigotskiano

Concepciones y principios con implicaciones educativas	Énfasis en la interacción sociocultural. Zona del Desarrollo Próximo como base del aprendizaje y desarrollo. Todo aprendizaje depende del nivel cognitivo del sujeto y de la interacción social. <i>Obuchenie</i> : proceso de enseñanza-aprendizaje (maestro, estudiante y la relación entre ambos). Lenguaje: instrumento fundamental en el proceso.
Aprendizaje	Construcción colaborativa. Los individuos interpretan sus acciones en un proceso que va “de afuera hacia adentro” (<i>outside in</i>). Aprendizaje y desarrollo en relación indisoluble de influencia recíproca.
Enseñanza	Construcción conjunta del conocimiento. Valora la instrucción.
Función del alumno	Constructor activo en interacción con otros. Facilitador del aprendizaje por la ZDP.
Función del maestro	Facilitador, guía, orientador. Crea ZDP. Da dirección intencionada al aprendizaje.
Función de los compañeros	Parte del proceso (ZDP). Enseñanza recíproca.

2.2.3. El cognitivismo de Ausubel y Bruner

Los teóricos que se presentan a continuación, son unos de los más preclaros representantes del cognitivismo. El pensamiento cognitivista comenzó a tomar papel protagónico durante el siglo pasado en los años sesenta, gracias al interés por los estudios de Piaget y, posteriormente a las aportaciones de Bruner y Ausubel, cuyos trabajos se acercan más a la psicología educativa que a la psicología general (Hernández-Rojas, 1998). Ya que en el cognitivismo no existe un enfoque único sobre el aprendizaje, se escogieron pensamientos de quienes se consideran sus principales representantes. A continuación, se explican aspectos de las aportaciones de Ausubel en contraste con las de Bruner y se obtienen conclusiones acerca de la aplicación de ambas en esta investigación.

Aprendizaje por recepción vs. aprendizaje por descubrimiento Para poder identificar las dos posiciones de estos teóricos es necesario definir los tipos de aprendizaje que plantean. Según Ausubel *et al.* (1983), desde el punto de vista del desarrollo del aprendizaje escolar, la manera más importante de diferenciar los tipos de aprendizaje en el salón de clases consiste en formular dos dimensiones ortogonales en los procesos, la primera es el aprendizaje *por recepción* y el aprendizaje *por descubrimiento* y la segunda, el aprendizaje *por repetición* y el *significativo*.

En cuanto a la primera dimensión, se pueden definir los dos procesos en juego. En el aprendizaje *por recepción*, el contenido total a aprender se presenta al alumno en su forma final. El estudiante debe internalizarlo o incorporarlo. En el aprendizaje *por descubrimiento* el alumno debe reorganizar la información, integrarla a su estructura cognoscitiva existente o transformarla de manera que se produzca el producto final deseado. De acuerdo con lo definido, los aprendizajes por recepción y por descubrimiento son dos tipos muy diferentes de procesos (Ausubel *et al.*, 1983).

Por otro lado, hay aprendizaje *significativo* si se cumplen dos condiciones: a) el objeto de aprendizaje puede relacionarse, de modo sustancial (no literal) y no arbitrario, con lo que

el alumno ya sabe y b) el estudiante adopta la actitud de aprendizaje significativo. Si faltara alguna de estas condiciones, se daría un aprendizaje *por repetición*, el estudiante incorporaría los conceptos o procedimientos, simplemente, de modo arbitrario (Ausubel *et al.*, 1983).

Existe la creencia de que sólo se adquiere y comprende realmente un conocimiento cuando se lo descubre por sí mismo; sin embargo, ambos aprendizajes, por recepción y por descubrimiento, pueden ser repetitivos o significativos, según las condiciones en que ocurran (Ausubel *et al.*, 1983).

Bruner, quien sustenta el aprendizaje por descubrimiento, resalta la importancia de comprender la estructura de la materia a estudiar (ideas fundamentales, relaciones, patrones, etc.), la necesidad de un aprendizaje activo para la verdadera comprensión y el razonamiento inductivo como base del aprendizaje (Woolfolk, 1999). El teórico intuye la trascendencia del *conocimiento procedimental*. Como consecuencia, propone como estrategia el aprender haciendo: “*hands on activities*” (Bruner, como se cita en Smith-Gratto, 2000) y como herramienta principal, la **resolución de problemas**. En este tema, es importante la aportación de Ausubel *et al.* (1983), quienes afirman que para que la resolución de problemas sea una experiencia genuinamente significativa debe satisfacer dos condiciones: a) fundarse en conceptos y principios claramente comprendidos y b) las operaciones constitutivas deben ser significativas por sí mismas.

Para Bruner (1997, p.110), “Uno de los objetivos del aprendizaje es ahorrarnos la necesidad de aprender más”; es decir, no se pueden manejar grandes volúmenes de información, es necesario condensar y recodificar, reorganizar los datos de modo que se economice y puedan utilizarse en un futuro. Esto es llegar a un *aprendizaje genérico*, con dos características claves: *organización* (para que no esté sujeto a una situación particular) y poder de *manipulación* (uso posterior). El aprendizaje tiene como objetivo adquirir datos en un marco de conectividad que permita usarlos generativamente. El aprendizaje en bruto no es suficiente. Así es como Bruner propone organizar la

información en un *sistema de codificación* para jerarquizar los conceptos relacionados, de arriba hacia abajo, desde los conceptos generales a los específicos.

Por otro lado, Carretero (2004) afirma que la aportación fundamental de Ausubel ha consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. Según Novak (como se cita en Pozo, 1996), la mayor eficacia de este tipo de aprendizaje reside en tres grandes ventajas: producir una retención más duradera de la información, facilitar nuevos aprendizajes relacionados y producir cambios profundos que perduran más allá del olvido de detalles concretos. El aprendizaje repetitivo sólo será superior en el caso de que la evaluación del aprendizaje solicite un recuerdo literal del original. Pozo (1996) afirma que los dos tipos de aprendizaje no son totalmente dicotómicos, sino que conforman un continuo y deben coexistir; claro que Ausubel está especialmente enfocado en el aprendizaje significativo y la repetición o memorización sólo se tiene en cuenta si interviene en esa adquisición.

Según Ausubel *et al.* (1983) y Ausubel (2002), el *aprendizaje significativo por recepción* (ver figura 2.2) requiere de una actitud de aprendizaje significativo y de la presentación al alumno de material *potencialmente significativo*. La última condición exige: a) que el material de aprendizaje en sí, debe estar relacionado de manera no arbitraria y sustancial con cualquier estructura cognoscitiva apropiada (es decir, que posea significado *lógico* en sí mismo) y b) que la estructura cognoscitiva del alumno contenga ideas de afianzamiento con las que el nuevo material pueda relacionarse. Dentro de este tipo de aprendizaje se encuentran el de los **conceptos** y el de los **procedimientos**. Aprender un concepto significa comprender una regularidad que no se conocía. Aprender un procedimiento es adquirir un saber práctico, es equivalente a *saber hacer*.

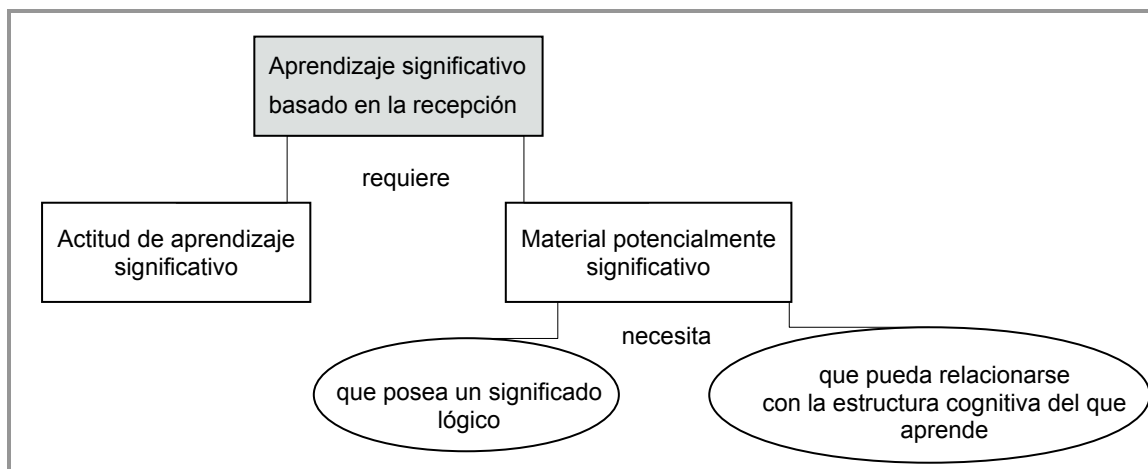


Figura 2.2. Esquema de aprendizaje significativo por recepción

Estos autores postulan que el aprendizaje significativo por recepción es importante en la educación superior porque es necesario para adquirir y almacenar la cuantiosa información en cualquier campo del conocimiento, especialmente cuando la enseñanza es a ese nivel. Existe una paradoja en cuanto a estos dos tipos de aprendizaje: por descubrimiento y por recepción; el primero es más complejo, aunque es el más apropiado para el aprendizaje de un niño; el segundo es fenomenológicamente más sencillo; sin embargo, surge cuando está avanzado el desarrollo del ser humano, ya que implica un nivel mayor de madurez cognitiva. Es decir, una mayor madurez intelectual posibilita una más fácil y eficiente modalidad de aprendizaje. Por otro lado, el lenguaje es un facilitador importante en ambos aprendizajes; en contraste con la posición de Piaget, el lenguaje desempeña un proceso integral y operativo en el aprendizaje y no sólo una función comunicadora.

Otra característica fundamental de este tipo de aprendizaje es la de ser un proceso intrínsecamente *activo* porque requiere, al menos: a) un análisis cognitivo para determinar qué tipo de estructura cognitiva es pertinente al material nuevo a aprender, b) la percepción de similitudes y diferencias para resolver contradicciones aparentes o reales entre conceptos y proposiciones nuevos con los ya adquiridos y c) la reformulación del nuevo material en función del vocabulario propio del que aprende (Ausubel, 2002).

Aprendizaje grupal o individual A la pregunta: ¿cuándo aprenden mejor los alumnos, al trabajar individualmente o en grupos?, para Ausubel *et al.* (1983) no existe una única respuesta. Ellos aconsejan el trabajo individual (en presencia de sus pares) o en pequeños grupos de dos, para tareas sencillas o rutinarias. De este modo, se genera una conducta contagiosa que puede servir de estímulo al estudiante. Para la resolución de problemas nuevos y complejos, los esfuerzos de grupo serían superiores a los individuales; aunque los autores aseguran que el producto total del grupo no es mayor que la suma de los productos de sus miembros componentes.

Los autores señalan ciertas ventajas y desventajas del trabajo grupal. Si la tarea exige evaluaciones o toma de decisiones, el grupo resulta, por lo general, superior pues se evitan errores de juicio extremistas. También la cohesión del grupo es fundamental en el resultado del trabajo. El tamaño del grupo es otro factor importante: si el grupo es pequeño, cada individuo puede hacer su contribución y así aumentar sus destrezas de aprendizaje. Además, los miembros menos capaces podrán realizar más de lo que harían individualmente. Sin embargo, ellos aseguran que aquellas tareas que requieran pensamiento convergente y concentración intensa se resuelven con mayor eficacia de manera individual. La *discusión*, por otra parte, es el método más eficaz y único factible para aspectos menos establecidos y más controvertidos; ya que proporciona el mejor medio para esclarecer los puntos de vista y la validez lógica del estudiante conforme a las concepciones de los demás.

2.2.3.1. Bruner y la educación

Según Bruner, los procesos educativos son foros culturales donde los maestros y los estudiantes negocian, discuten, y contribuyen a reconstruir los saberes conceptuales, habilidades, actitudes, etc. (Hernández-Rojas, 1998). Lamentablemente, en las prácticas educativas suele desalentarse el pensamiento intuitivo al castigar respuestas erróneas y recompensar las seguras; pero poco creativas. Además, cabe aclarar que el aprendizaje por descubrimiento es apropiado para los niños pequeños; con más grandes este tipo de

actividades no guiadas, son difíciles de manejar y, por lo tanto, improductivas (Woolfolk, 1999). A cambio se propone un *descubrimiento guiado*, en el cual el docente ofrece cierta dirección.

Si bien, Vigotsky plantea la existencia de un *andamiaje* que el instructor erige para el alumno, no explica qué es lo que quiere decir con ese término. Es Bruner, quien reconstruye ese concepto a través de las numerosas investigaciones que hizo al respecto (Bruner, 1996). Según lo precisa (Woolfolk, 1999), el andamiaje con que cuenta un estudiante consiste en la información, apoyos, recordatorios, ánimo en el momento correcto y en la cantidad adecuada; y que le permiten gradualmente hacer cada vez más cosas por sí mismo. Por ello, el maestro debe ofrecer retroalimentación detallada, permitir revisiones, plantear preguntas que reorienten la atención de los alumnos, anticipar áreas difíciles y analizarlas (errores típicos del estudiante), regular la dificultad, enseñar procedimientos de autoverificación para ayudarlos a verificar la calidad de sus respuestas.

Bruner sostiene que toda teoría de instrucción debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- a) La predisposición hacia el aprendizaje: el aprendizaje se debe a la exploración de alternativas; es decir, los individuos tienen un deseo especial por aprender, que la teoría de la instrucción explica a través de la activación, mantenimiento y dirección de la conducta. La activación es el grado que se tiene de incertidumbre y curiosidad que produce en el aprendiz las ganas de explorar. El mantenimiento es el proceso por el cual la conducta, que ya se ha producido, necesita sostenerse; para esto el explorar tiene que ser más beneficioso que perjudicial y las alternativas erróneas resultar menos graves desde esta perspectiva. El aprendiz debe asegurarse de que los resultados son los correctos, debe revisarlos y, si es necesario, corregirlos. Finalmente, el explorar alternativas tiene que ser en una dirección determinada, es decir, conocer el objetivo y el valor de las alternativas que den información de dónde está el sujeto en relación con ese objetivo.

- b) El conjunto de conocimientos debe estructurarse con las secuencias más efectivas, de modo que sea interiorizado lo mejor posible por el estudiante: presentar un formato adecuado de la información, el instructor debe encargarse de que la información con la que el estudiante interactúa esté en un formato apropiado para su estructura cognitiva. El currículo debe organizarse en forma de espiral, es decir, trabajando periódicamente los mismos contenidos, cada vez con mayor profundidad. Esto para que el estudiante continuamente modifique las representaciones mentales que ha venido construyendo. Debe enseñarse a los estudiantes primero la estructura o patrones de lo que están aprendiendo, y después concentrarse en los hechos y figuras. El aprendizaje se da en forma discontinua, con momentos de crecimiento seguidos por otros de consolidación, por lo tanto en el diseño de la didáctica debe tenerse en cuenta este aspecto y dar espacios a los dos períodos (Ríos-Carrasco y Abascal-Fernández, 2001).

2.2.3.2. Ausubel y la educación

Ausubel *et al.* (1983) afirman que los principios del aprendizaje no pueden emplearse, ni directa ni inmediatamente, en las prácticas de enseñanza; es fundamental tener en cuenta las complejidades que surgen en el salón de clases donde hay alumnos con aptitudes, disposiciones y motivaciones diferentes y donde hay que tener en cuenta las relaciones interpersonales y las características de la materia, entre otros.

Gage (como se cita en Ausubel *et al.*, 1983) afirma que las teorías del aprendizaje tratan acerca de cómo un individuo aprende, mientras que las de la enseñanza se ocupan de las maneras en que una persona influye en un individuo para que éste aprenda. Enseñar es sólo una de las condiciones que pueden influir en el aprendizaje. Se debe reconocer que algunos alumnos pueden aprender sin maestro y a su vez, aunque el maestro sea competente, no se logrará el aprendizaje si los estudiantes carecen de interés o no están cognitivamente preparados. Sin embargo, aquí la idea es adentrarse en aquellos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje que están relacionados entre sí. Y no olvidar que la

enseñanza no es un fin en sí misma, sino que los alumnos aprendan: “aprender sigue siendo la única medida factible del mérito de la enseñanza” (Ausubel *et al.*, 1983, p. 26).

Ausubel (2002) asevera que existen razones acertadas acerca del porqué de las fallas de la enseñanza expositiva y su rechazo en las aulas. Una de ellas es la de presentar el material potencialmente significativo de tal manera que los estudiantes sólo lo puedan aprender de manera memorística y la otra, es la creencia de que el significado sólo se consigue con técnicas de aprendizaje basadas en el descubrimiento y la resolución de problemas.

Si se analiza la primera razón, se debe explicar cuáles son las prácticas expositivas infructuosas. Según el propio Ausubel (2002), tendrían las siguientes características:

- a) el empleo prematuro de técnicas puramente verbales en alumnos cognoscitivamente inmaduros;
- b) la presentación arbitraria de hechos no relacionados entre sí, sin ningún principio organizador;
- c) la incapacidad de integrar las nuevas tareas de aprendizaje con materiales presentados previamente y
- d) el empleo de procesos de evaluación que se limitan a exigir la reproducción de ideas textuales o en el mismo contexto original.

Ausubel (2002) introduce la idea de **organizador previo** como un recurso pedagógico que ayuda a implementar los principios de la enseñanza expositiva y busca salvar la distancia entre lo que el estudiante sabe y lo que necesita saber para aprender el nuevo material de manera activa y eficaz. Consiste en información que se presenta en un nivel de abstracción, generalidad e inclusividad más elevado que el material nuevo a aprender. Las razones para emplear organizadores previos se basan en: a) la importancia de tener ideas pertinentes y apropiadas para hacer que las nuevas ideas lógicamente significativas sean potencialmente significativas y que éstas últimas sean realmente significativas, b) las ventajas de usar ideas más generales e inclusivas, ya que gozan de una mayor estabilidad intrínseca, de más poder expositivo y de una mayor capacidad integradora y c) que los propios organizadores intentan identificar los contenidos pertinentes ya existentes

en la estructura cognitiva e indicar su conexión con el nuevo material de aprendizaje. El organizador previo se presenta al estudiante antes de que éste se enfrente al material de aprendizaje. Algunos ejemplos incluyen mapas conceptuales, índices de libros y otros; de modo que presentan la estructura del campo de conocimiento a aprender.

Según Ausubel *et al.* (1983) y Ausubel (2002), para la enseñanza de **conceptos** se deben mostrar: sus características críticas, su extensión mediante ejemplos y no ejemplos y su posición jerárquica. Para la enseñanza de **procedimientos** se deben seguir los criterios de: satisfacer los requisitos teóricos y prácticos que entrarán en juego en el “nuevo” procedimiento, dar a conocer su contexto de uso y presentar la secuencia de operaciones. Estas ideas se detallan en el capítulo 3, del Método.

La crítica fundamental de Ausubel a la enseñanza tradicional reside en la idea de que el aprendizaje resulta muy poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado. El aprendizaje sólo será posible si el estudiante utiliza los conocimientos que ya posee, aunque éstos no sean totalmente correctos. La gran diferencia con Bruner estriba en que en la concepción de Ausubel se toma en cuenta la necesidad de ampliar el conocimiento declarativo.

Finalmente, cabe señalar que tanto la postura de Piaget como la de Ausubel coinciden en que es imprescindible tener en cuenta los esquemas del alumno; pero disienten en lo que refiere a la importancia de la propia actividad y la autonomía del conocimiento. Según Piaget, el maestro debería estimular los procesos de descubrimiento y actividad del alumno y no, la transmisión o exposición del conocimiento. Sin embargo, Ausubel reivindica esta transmisión en manos del profesor, siempre que contemple los conocimientos previos del alumno y su capacidad de comprensión. Cuanto más alto sea el nivel educativo, mejor se ajusta esta concepción ya que los estudiantes cuentan con mayor capacidad de lenguaje oral y escrito como medio de comunicación. Además los contenidos son más complicados y en mayor cantidad, y los métodos activos de

descubrimiento se vuelven inapropiados debido a la escasez de tiempo para desarrollarse (Carretero, 2004).

Para resumir, la tabla 2.3 presenta el apartado dedicado a Bruner y Ausubel, de acuerdo con Díaz-Barriga y Hernández-Rojas (2002) y Woolfolk (1999).

Tabla 2.3. Postulados generales de los enfoques de Bruner y Ausubel

Concepciones y principios con implicaciones educativas	Aprendizaje receptivo significativo (Ausubel) Aprendizaje por descubrimiento guiado (Bruner). Todo aprendizaje depende del nivel cognitivo del sujeto. Representación del conocimiento: esquemas cognitivos Lenguaje: proceso integral y operativo en el aprendizaje.
Aprendizaje	Determinado por los conocimientos y las experiencias previas.
Enseñanza	Inducción al conocimiento significativo. Expositiva con conceptos y procedimientos (Ausubel). Por descubrimiento guiado (Bruner). Organizador previo (Ausubel). Mapas conceptuales (Novak). Resolución de problemas (Bruner).
Función del alumno	Procesador activo de la información.
Función del maestro	Organizador de la información. Tiende puentes cognitivos (andamiaje). Promotor de habilidades del pensamiento y aprendizaje.
Función de los compañeros	Para tareas rutinarias o que requieren concentración no son necesarios los compañeros. Para problemas nuevos y complejos, los esfuerzos del grupo serían superiores a los individuales.

2.3. La actitud: un factor no cognitivo

Además de los factores cognitivos que influyen en el aprendizaje, hay que tener en cuenta que muchos estudiantes presentan dificultades en Estadística debido a factores no cognitivos tales como: sentimientos, actitudes, creencias, intereses, expectativas y motivaciones (Gal y Ginsburg, 1994). Por este motivo, interesa destacar la importancia de la actitud de los estudiantes hacia la Estadística y su relación con el aprendizaje de esta materia. Para ello, en una primera instancia, se explora en busca de una definición de actitud, en general; y luego se detallan aspectos sobre la actitud hacia la Estadística, en particular.

3.2.1. Hacia una definición de actitud

¿Qué significa el concepto *actitud*? Según la Real Academia Española (2001a) es la “disposición de ánimo manifestada de algún modo”. Fishbein y Ajzen (como se cita en Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista, 2003, pag. 367) la conciben como “una predisposición aprendida para responder consistentemente de una manera favorable, o desfavorable ante un objeto o sus símbolos”. Esta definición pone el acento en que las actitudes son predisposiciones de comportamiento que se adquieren por la experiencia. Rokeach (como se cita en Estrada, 2001, pp. 1-2), por su parte, la define como “una organización de creencias relativamente permanentes que predisponen a responder de un modo preferencial ante un objeto o situación”. Esta definición remarca la idea de que las actitudes son predisposiciones de conducta, es decir, actúan como una fuerza motivacional del comportamiento humano, y tienden a permanecer bastante estables con el tiempo.

Por lo tanto, una actitud es una forma de respuesta, a alguien o a algo, aprendida y relativamente permanente. Es importante destacar que las actitudes son aprendidas. En consecuencia pueden ser diferenciadas de los motivos biosociales como el hambre, la sed y el sexo, que no son aprendidos.

En general las actitudes se componen de 3 elementos: *lo que piensa* (componente **cognitivo**), *lo que siente* (componente **emocional**) y *su tendencia a manifestar los pensamientos y emociones* (componente **conductual**).

Componente Cognitivo: Es el referente a expresiones de pensamiento, concepciones y creencias, acerca del objeto actitudinal, incluye desde procesos perceptivos simples, hasta los cognitivos más complejos. Contienen, según Auzmendi (como se cita en Estrada, 2001) *ideas, creencias, imágenes, percepciones sobre los objetos, personas o situaciones a los que se dirigen*.

Componente afectivo o emocional: Son expresiones de sentimiento hacia el objeto de referencia. Recoge todas aquellas emociones y sentimientos que éste despierta, por ello son reacciones subjetivas positivas-negativas, acercamiento-huida, placer-dolor. Las actitudes poseen una importante carga emotiva. La carga de afectividad contribuye a consolidar el poder motivacional de las actitudes.

Componente conductual o tendencial: Es el vinculado a las actuaciones en relación con el objeto de las actitudes, son expresiones de acción o intención conductual. Representan la tendencia a resolverse en la acción de una manera determinada.

Ausubel *et al.* (1983) afirman que cuando las actitudes hacia un material son favorables, los sujetos están motivados para aprender, hacen esfuerzos más intensos y concentrados, poseen ideas de afianzamiento claras, estables y pertinentes para incorporar el material nuevo; por el contrario, cuando las actitudes son desfavorables, los factores operan en dirección opuesta. Además, la fuerte necesidad de reducir la disonancia o incongruencia cognitivas puede producir una actitud de mente cerrada que va en detrimento de aprender ideas nuevas contrarias a sus creencias existentes.

Por otro lado, señalan que se han realizado estudios con estudiantes de preparatoria donde se detecta que aquellos que están satisfechos con la escuela suelen desempeñarse mejor en las pruebas de aprovechamiento que los insatisfechos y que dicha relación también puede extenderse hacia las materias aisladas. También aportan que los intereses son mejores predictores de la conclusión del currículo universitario, que la capacidad.

Los autores admiten la dificultad de cambiar actitudes arraigadas en los terrenos cognitivo y emocional, por la simple presentación de hechos; sin embargo aseveran que esto puede lograrse cuando se intenta sistemáticamente y se explicitan las consecuencias de los hechos.

3.2.2. **Actitud hacia la Estadística**

¿Cómo se define la actitud hacia la Estadística? Gal y Garfield (como se cita en Estrada, 2001) la denotan como una suma de emociones y sentimientos que se experimentan durante el período de aprendizaje de la materia objeto de estudio. Este tipo de sentimientos se desarrolla lentamente y los factores culturales juegan un papel importante. Son estables y resistentes al cambio y tienen una componente cognitiva importante además de la emocional. Entre ellos resaltan los siguientes pensamientos:

- Acerca de que son una parte de las Matemáticas o requieren habilidades matemáticas (la Estadística es todo Cálculo).
- Sobre el clima del aula y la práctica docente (los ejemplos son del mundo real, no son de libro).
- Sobre uno mismo, sobre cómo aprende Estadística (no sé nada de la materia, soy bueno en esto).
- Sobre la utilidad o valor y su importancia en su futuro profesional (nunca utilizaré esta materia, no sirve para nada).

Según Estrada (2001) las actitudes hacia la Estadística se conforman según los tres factores básicos, llamados también componentes pedagógicos. La autora afirma que las actitudes poseen una importante carga emotiva. Por lo tanto, el componente afectivo contribuye a consolidar el poder motivacional de las actitudes. En el caso de la Estadística este elemento es el que suele tener más peso; mientras que el conductual es el que tiene menor incidencia ya que no son abundantes las actuaciones con relación al objeto actitudinal. Schau, Stevens, Dauphinee y Del Vecchio (1995) aseguran que, generalmente, los componentes cognitivo y afectivo de las actitudes hacia la Estadística, se utilizan para predecir el componente conductual valorado, a partir del rendimiento académico del alumno.

Batanero (2000), afirma que la Estadística es una ciencia que cambia rápidamente, por lo tanto, lo importante no son solamente los contenidos específicos sino el tratar de

desarrollar en nuestros alumnos una actitud favorable, unas formas de razonamiento y un interés por completar posteriormente su aprendizaje.

Estrada (2001), quien comparte plenamente esta concepción, asegura que en la educación estadística se pretende que un mismo contenido se aborde desde la perspectiva conceptual, procedimental y actitudinal; ya que las actitudes no constituyen una disciplina separada, sino que son parte integrante de todas las materias de aprendizaje y ocupan un lugar central en el acto educativo, guiando el proceso perceptivo y cognitivo que comporta el aprendizaje de cualquier contenido educativo, en este caso, la Estadística.

Desde el punto de vista de Gal y Garfield (como se cita en Estrada, 2001), es importante que los docentes conozcan cuáles son las actitudes de sus alumnos, antes, durante y al acabar su formación, por su influencia:

- a) en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la Estadística, ya que las actitudes y creencias pueden tener un impacto directo en el clima de la clase (las negativas pueden llegar a bloquear el aprendizaje, las positivas ayudan al alumno a estar motivados y a confiar en sus habilidades para enfrentar situaciones problemáticas); y
- b) en aplicaciones fuera del aula, ya que uno de los objetivos fundamentales de la formación Estadística es capacitar a los alumnos para poder utilizar los conocimientos adquiridos en su vida profesional o como simples ciudadanos.

2.4. Aplicaciones de los diferentes enfoques a esta investigación

De acuerdo con la afirmación de que todo aprendizaje depende del nivel cognitivo del sujeto, se efectuó un examen diagnóstico para detectar cuáles son aquellos esquemas que yacen en los alumnos y así poder analizar la evolución de los distintos aprendizajes. Se pretendió dilucidar si, al iniciar la experiencia, los estudiantes se encontraban en el estadio de las operaciones formales, si estaban en proceso de formación de estas

estructuras o si sólo contaban con un pensamiento concreto. Para luego, analizar a través de un examen de conocimientos, el tipo de evolución que experimentaron al culminar el desarrollo de un tema del programa de Estadística Descriptiva, a través de una didáctica constructivista.

De acuerdo con la epistemología genética de Piaget y el concepto de equilibración, en el cuaderno del estudiante se buscó proponer actividades que propiciaran el desequilibrio y así estimularan una elevación en el nivel de estructuras.

Otro aspecto de la teoría piagetiana que se consideró importante es el carácter interdisciplinario de la Estadística; es decir, no se debe ofrecer la materia como desarticulada o atomizada, sino interrelacionada con otras ciencias (Palacios, 1981). Así, las actividades estuvieron relacionadas con temas actuales como alcoholismo, delincuencia, tasas de natalidad, tasas de desempleo, nivel de instrucción, entre otros; muchos de ellos situados en México.

En cuanto a las aplicaciones que se desprenden del pensamiento de Vigotsky, pretendió poner énfasis en la instrucción y dentro de la misma, se consideró fundamental la presencia y el rol del maestro. El maestro también *construye*, es el encargado de construir los medios para que el alumno aprenda (Moreno-Armella, 2003). Por tal motivo, se elaboró una guía de apoyo didáctico para el docente, donde se incluyeron las consideraciones teóricas que sustentaron la didáctica y sugerencias de trabajo en el aula.

Como las exposiciones que realizó el maestro son de suma importancia. Es fundamental el lenguaje que utilice, debe ser un vocabulario claro y entendible por el alumno. No se debe olvidar que el lenguaje es el instrumento por excelencia para que se diera el aprendizaje.

El maestro fue el creador de la ZDP, tanto con la ayuda que prestó a los estudiantes como en la formación de grupos de trabajo. Debió contemplar que cada grupo contuviera tanto a los más aventajados como a aquellos que presentaban ciertas dificultades para el

aprendizaje de la Estadística, para propiciar una enseñanza entre pares. Otra tarea importante fue la de supervisar que se gestara un clima de intersubjetividad para que funcionaran como centros de aprendizaje y alentaran el desarrollo.

En cuanto al alumno, es importante señalar que éste tuvo un rol *activo* (aun cuando esté escuchando la exposición de su maestro) e *interactivo* porque no estaba solo, sino que interaccionó con el maestro y con sus pares.

En consecuencia con la concepción de Ausubel, el desarrollo de las clases fue expositivo, el maestro debió exponer cada tema, presentar los conceptos y procedimientos y organizar su exposición según sus palabras o estilo personal.

En el cuaderno elaborado para el estudiante, se encuentran definidos los conceptos según sus características críticas, su extensión mediante ejemplos y su posición jerárquica dentro de la red conceptual. Para el aprendizaje de procedimientos se pide al maestro que entrene a los estudiantes en el conocimiento del contexto de su uso, además de que dominen la secuencia de operaciones.

Según Bruner, la información se presentó en un formato adecuado, para ello se consultaron otros materiales sobre la enseñanza de las matemáticas y de la Estadística, en particular. Además, se pidió la opinión de otros investigadores que tuvieran experiencia en la elaboración de este tipo de herramientas. De este modo, el cuaderno del estudiante proveyó de toda la información y de un orden para la organización de las clases. Incluyó un mapa conceptual con las jerarquías y redes conceptuales de la Estadística Descriptiva, y también con los detalles de los contenidos y objetivos del tema desarrollado.

Otro aspecto que interesa destacar es que se incluyó un apartado de Estadística engañosa, con errores comunes que se cometen en las gráficas. Esto se hizo para que el alumno comprendiera la importancia de esos no-ejemplos, pues son comunes y a su vez, confunden al aportar información errónea.

De acuerdo con Bruner, el estudiante tiene una etapa de consolidación (después del crecimiento), por lo tanto al finalizar la enseñanza del tema, se presentó una serie de ejercicios que pretendían afianzar lo aprendido.

El cuaderno incluyó un problema final con el objetivo de incentivar el aprendizaje por descubrimiento guiado, para que el estudiante pusiera en juego los conocimientos adquiridos previamente y reorganizara su pensamiento para integrar la nueva información a su estructura cognoscitiva existente o lo transformara hasta llegar a un nuevo conocimiento.

Por otro lado, de acuerdo con Piaget, Ausubel y Bruner, el docente debió ser guía cuando el estudiante resolvió ejercicios y durante el trabajo con el problema final. Debió tener cuidado de no aportar las soluciones durante el trabajo de los alumnos; sino proporcionar algunas sugerencias, pistas, nuevas preguntas que encaucen la resolución. Se consideró fundamental la retroalimentación a los estudiantes y cuidar que éstos no se desalentaran en el camino.

Se pretendió que el alumno experimentara un **aprendizaje significativo** y no, simplemente memorístico. Durante las exposiciones el alumno tuvo que incorporar los nuevos conceptos y estructurar, en su mente, una red conceptual que los relacionara y jerarquizara. Este proceso pretendió afianzarse durante la resolución de ejercicios.

Finalmente, cabe agregar, tal como lo afirman Bruner y Ausubel, que si bien el estudiante debe percibir que la tarea tiene sentido y merece la pena, en última instancia todo aprendizaje está sujeto a la libertad del educando, quien decide si quiere aprender o no.

3. MÉTODO

El presente estudio se basó en un enfoque descriptivo exploratorio; para ello se recurrió al desarrollo, aplicación y evaluación de diferentes instrumentos que se detallan en este capítulo. La aplicación se realizó en un contexto universitario, la UABC sede Ensenada de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales, en la materia de Estadística Descriptiva, durante el segundo semestre de 2006.

3.1. Participantes

La población con la cual se realizó la experiencia se constituyó de estudiantes de la carrera de Psicología que cursaban la materia Estadística Descriptiva durante el 3er. semestre del tronco común de Ciencias Administrativas y Sociales, con sus respectivos maestros. Al grupo total se lo denominó Grupo G, que se conformó con los estudiantes de los dos turnos: matutino y vespertino. Del Grupo G, un subgrupo (turno vespertino) participó de la experiencia de utilizar la didáctica propuesta en esta investigación. A ese subconjunto se lo denominó Grupo E. El total de alumnos inscriptos en el grupo G fue de 73 y en el grupo E, de 30.

3.2. Instrumentos

Los instrumentos que se aplicaron durante la intervención consistieron en: 1. Examen diagnóstico, 2. Guía de apoyo didáctico para el docente, 3. Cuaderno didáctico del estudiante, 4. Examen de conocimientos, 5. Escala de actitud hacia la Estadística, 6. Escala de percepción general de la experiencia, 7. Guía para grupo de discusión y 8. Guía para entrevista. Los propósitos, características, razón de ser y desarrollo, en su caso, de cada instrumento se detallan a continuación.

3.2.1. Examen diagnóstico

Según Ausubel (2002), el aprendizaje de conceptos exige que existan conceptos previos en el estudiante sobre los cuales anclar el nuevo. Así también el aprendizaje de procedimientos requiere satisfacer los requisitos teóricos y prácticos necesarios (conceptos y procedimientos previos) que entrarán en juego en el *nuevo* procedimiento. Por lo tanto, con este examen diagnóstico se pretendió caracterizar la cantidad y calidad de dominio de los conceptos y habilidades básicos necesarios con que contaba el estudiante, para aprender las unidades temáticas de Estadística con la metodología propuesta en la presente investigación.

El test consiste en 24 ítems de opción múltiple con el fin de obtener un muestreo de los contenidos necesarios (Ver anexo A). Cada ítem tiene cuatro opciones (**a**, **b**, **c**, **d**) y para responder el ítem se adoptó el formato de la mejor respuesta. Así, después de leer atentamente la base del reactivo, el estudiante debía escoger la opción que considerara mejor. Si el alumno no sabía cuál era la mejor respuesta, podía optar por “no sé” (opción **e**).

Para la elaboración del instrumento se consideraron temas de enseñanza básica de las matemáticas. Se hizo mayor énfasis en los conceptos y procedimientos para el cálculo de porcentaje, junto con el concepto de proporcionalidad directa (que subyace en el de porcentaje), y la operatoria con racionales (particularmente números entre 0 y 1) ya que se consideran fundamentales para desarrollar el tema de distribución de frecuencia y sus gráficas.

Con respecto a la opción **e**, es interesante aclarar por qué se la incluyó. Según Tirado y Backhoff (1999), permite mejorar la validez criterial, concurrente y predictiva de un examen. Los autores reconocen haber encontrado 16 razones por las cuales incluir la opción “no sé” en un examen de opción múltiple. De todas ellas es importante destacar al menos una: ayuda a conseguir el fin de todo examen de conocimientos, que es poder estimar el nivel de dominio de la persona evaluada, con la mayor precisión posible; y

evitar así un alto grado de respuestas azarosas que “contaminen” el resultado de la prueba.

La tabla 3.1. presenta los conceptos evaluados y cómo se distribuyeron los reactivos con respecto al nivel cognoscitivo de la taxonomía de Bloom, según lo presenta Popham (2000). La mayoría de los ejercicios apuntan a los niveles de conocimiento, comprensión y aplicación. Eso se debe a que con este examen diagnóstico se buscó detectar el dominio de conocimientos básicos necesarios para aprender los conceptos y procedimientos incluidos en el cuaderno didáctico y no tanto determinar el nivel de análisis o evaluación de los estudiantes.

Tabla 3.1. Dominio a evaluar en el diagnóstico. Número del ítem y nivel taxonómico

Nivel taxonómico	Conocimiento	Comprensión	Aplicación	Evaluación	Total de ítems
Porcentaje	19		8, 2, 14	15	5
Fracciones		7	1		2
Operaciones con fracciones			16, 17		2
Expresión decimal		22	20, 21		3
Gráficas en los ejes		12, 4*		10	3
Recolección de datos		11			1
Tablas (filas y columnas)	23				1
Desigualdad numérica	6**	9, 13			3
Proporcionalidad Directa	18		3, 5		3
Conceptos estadísticos básicos	24				1
Total de ítems	5	7	10	2	24

(*) El ítem número 4 pretende evaluar el dominio de la graficación de la proporcionalidad directa.

(**) El ítem número 6 pretende evaluar el dominio de desigualdad numérica expresada en fracciones.

3.2.2. Guía de apoyo didáctico para el docente

En la didáctica desarrollada en esta investigación, basada en aspectos constructivistas, el rol del maestro se consideró muy importante, ya que éste fue el encargado de facilitar la construcción del conocimiento en sus alumnos (Castorina, 2004), especialmente en la exposición de los contenidos a enseñar (Ausubel *et al.*, 1983) y en la interacción con sus estudiantes (Vygotsky, 1995).

Por lo tanto, se elaboró una guía con el propósito de brindarle al docente, a cargo de la implementación de la didáctica, los principios básicos para su desempeño en el aula. La guía cuenta con una explicación de la didáctica a utilizar, pautas y sugerencias de uso del cuaderno del estudiante para el trabajo individual y grupal de los alumnos y respuestas a los ejercicios planteados durante las clases (ver anexo B).

3.2.3. Cuaderno didáctico del estudiante

Este cuaderno¹ tiene como objetivo facilitar el aprendizaje de los alumnos y la organización de la enseñanza por parte del maestro (ver anexo C). Su contenido se desarrolló desde un enfoque constructivista. Se consideraron especialmente, algunas aportaciones teóricas de Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky. Los conceptos de interacción sujeto-objeto y su derivación en el proceso de equilibración que surge de la asimilación y acomodación, extraídos de Piaget, permearon toda la didáctica. Otro aspecto que se consideró, también señalado por este científico, fue el de apelar a la construcción del pensamiento formal. El aprendizaje significativo por recepción, de Ausubel, fundamentó la presentación de conceptos y procedimientos. La resolución de ejercicios y de un problema, estuvieron apoyados en el aprendizaje por descubrimiento guiado, de Bruner. La importancia del aprendizaje en interacción con los demás, de Vygotsky, fue el fundamento para las actividades grupales de esta propuesta didáctica. La tabla 3.2. muestra la organización del cuaderno.

¹ En este trabajo se utilizan indistintamente: “cuaderno del estudiante” y “cuaderno didáctico” para hacer referencia al “cuaderno didáctico del estudiante”.

Tabla 3.2. Estructura del cuaderno didáctico del estudiante

Introducción – Guía del estudiante
En una breve introducción se presenta el cuaderno al estudiante, donde se le explica el objetivo del mismo y de dónde surgen los contenidos a tratar.
I. Objetivos La lista de objetivos tiene el fin de que el alumno conozca claramente cuáles son las metas a alcanzar en este curso y pueda verificar, al final del mismo, si lo logró.
II. Contenido Se presenta el contenido a aprender, acorde con el programa de estudios de la materia y según la secuencia que se sigue en el curso.
III. Enfoque pedagógico Presentación breve del enfoque constructivista de esta enseñanza, y en qué consiste.
IV. Material pedagógico Aquí se detallan los materiales que necesita el estudiante para cursar esta unidad de Estadística Descriptiva.
V. Bibliografía sugerida Todos los libros, revistas o páginas web que se citan se pueden encontrar en las bibliotecas de la universidad o en Internet, según el caso. Estos materiales pretenden ser un apoyo para el estudiante, para que éste encuentre fuentes de información, quizá con formas diferentes de explicar los temas tratados en clases, si lo requiriera.
VI. Ruta de aprendizaje Se indican cuáles son los pasos a seguir para el aprendizaje del material. Se hacen algunas sugerencias para guiar el aprendizaje con este cuaderno.
VII. Mapa conceptual El mapa se elaboró con el fin de ubicar al estudiante en la jerarquía conceptual de la Estadística en la que se encuadra su aprendizaje y pueda establecer relaciones con anteriores y próximos aprendizajes.
VIII. Evaluación En este apartado se indica cómo se evaluará su aprendizaje.
Glosario
El glosario presenta una lista, con sus definiciones y comentarios, de conceptos que aparecen en el cuaderno y pueden parecer oscuros al estudiante. También se incluyen aquellos conceptos que se definen en el cuaderno de aprendizaje. Con el glosario se pretende tener un mini diccionario al que el estudiante pueda recurrir cuando necesite clarificar conceptos.
Instrucción - Desarrollo de contenidos
Finalmente se presentan los contenidos a aprender con los conceptos, procedimientos, ejemplos y actividades a desarrollar por el alumno. La secuencia que se sigue para cada concepto y su procedimiento (si existiera) es la siguiente:
<ul style="list-style-type: none"> i) Contextualización del concepto ii) Definición del concepto iii) Ejemplos del concepto definido iv) Presentación del procedimiento asociado (si existiera) v) Requisitos teóricos y prácticos para poder aprender el procedimiento vi) Contexto de uso del procedimiento vii) Secuencia de operaciones a realizar viii) Situaciones engañosas ix) Ejercicios x) Problema*
* El problema se presenta al final, después de desarrollar los temas de aprendizaje.

El desarrollo de contenidos del material educativo contiene: *conceptos* y *procedimientos*, un *mapa conceptual*, *ejemplos*, *ejercicios* y un *problema* necesarios para el aprendizaje de los estudiantes. A continuación se explican cada uno de ellos.

Conceptos. Aprender un concepto significa comprender una regularidad que no se conocía. Para su enseñanza se deben mostrar, según Ausubel *et al.* (1983) y Ausubel (2002):

- sus características críticas o atributos ontológicos, es decir, lo necesario y suficiente para que algo sea lo que es y difiera de lo que no es;
- su extensión mediante ejemplos, y
- su posición jerárquica o ubicación en una red conceptual (su taxonomía).

De acuerdo con Ausubel (2002) se consideraron las siguientes condiciones:

- que existieran conceptos previos en el estudiante sobre los cuales anclar el nuevo concepto;
- que los nuevos conceptos constituyeran un material potencialmente significativo; es decir, que poseyera un significado lógico en sí mismo y que pudiera ser relacionado de manera no arbitraria y sustancial con lo que el alumno ya sabía, y
- que existieran organizadores previos que proporcionaran una estructura de lo que se quería aprender. Estos organizadores se reflejaron a través de la presentación al alumno del contenido, objetivos y de un mapa conceptual que jerarquizara y relacionara los conceptos a estudiar.

Procedimientos. Aprender un procedimiento es adquirir un saber práctico, es equivalente a *saber hacer*. Para su enseñanza se siguieron los siguientes criterios de Ausubel *et al.* (1983) y Ausubel (2002):

- Satisfacer los requisitos teóricos y prácticos necesarios, los que entran en juego en el *nuevo* procedimiento (conceptos y procedimientos previos).

- Dominar las situaciones, lo que equivale a conocer su contexto de uso. El maestro estuvo a cargo de entrenar en ese tipo de labor.
- Dominar la secuencia de operaciones, como el proceso final de su aprendizaje.

Mapa conceptual. Un mapa conceptual es “una representación esencialmente cognitiva y lógica, necesariamente coherente y visual del conocimiento sobre un argumento preciso” (Hernández-Forte, 2005, p. 52). Se supone que la integración de los conceptos en otros más generales, de una manera lógica, ayuda a lograr un conocimiento significativo. Según Belmonte (1997), un mapa conceptual ha de ser jerárquico, en la parte superior se debe colocar el concepto más inclusivo y, a partir de él establecer relaciones (en categorías descendentes) de mayor a menor poder globalizador. “Un concepto queda definido por las relaciones que podemos establecer entre él y otros conceptos. Estas relaciones se manifiestan como proposiciones que engloban un par de conceptos mediante un *conector*” (p. 17).

Ejemplos. Los conceptos y procedimientos fueron presentados en el cuaderno a través de las definiciones (enmarcadas y sombreadas en gris) y de los ejemplos (un total de 29). En realidad se trataron de 6 ejemplos de base, que se iban desarrollando a medida que se incorporaban nuevos conceptos o procedimientos. Es decir, el mismo caso se proponía para hacer una tabla de distribución de frecuencias absolutas, luego para frecuencias relativas, acumuladas y finalmente, la gráfica conveniente asociada a esa distribución. En ciertas ocasiones fue necesario ampliar los 6 ejemplos base con otros casos particulares.

Ejercicios. Los ejercicios son situaciones de dificultad para los que se conoce el camino, y por lo tanto, no se tiene más que aplicarlo para llegar a la solución. Son actividades que se resuelven, preferentemente de modo individual, a fin de afianzar conceptos y procedimientos ya aprendidos (Ausubel *et al.*, 1983; Colera, Oliveira y Fernández, 1997). En el cuaderno se incluyeron 33 ejercicios. Se consideró que estuvieran ordenados, de acuerdo con el tema y de menor a mayor dificultad.

Problema. Los problemas son situaciones ante las cuales se tiene un propósito difícil de alcanzar, donde se requiere de la deliberación porque no se conoce ningún camino para resolverlo. Para este tipo de actividades se recomienda la resolución en grupo (Ausubel *et al.*, 1983; Colera, Oliveira y Fernández; 1997).

La resolución de problemas es la herramienta por excelencia para desarrollar el aprendizaje por descubrimiento. Bruner (1987) afirma que en el trabajo intelectual se distinguen dos enfoques: el intuitivo y el analítico. La intuición es menos rigurosa que la prueba, más visual, menos verbalizada con respecto a la justificación y basada en la confianza de las propias capacidades para manejarse con datos insuficientes. El científico asevera que la intuición no es sólo provechosa sino necesaria en el aprendizaje por descubrimiento e invita a que se estudie el modo de enseñarla.

Entre las características del pensamiento intuitivo enumera:

- activación: movimiento impreciso de apertura para resolver un problema;
- confianza: el acto de comenzar genera confianza en que la tarea puede realizarse, permite al alumno avanzar en la formulación de hipótesis;
- visualización: representación sensorial de la solución, no es prueba;
- capacidad no verbal: a menudo no puede justificarse mediante palabras, símbolos o pruebas manuales;
- estructuración informal de la tarea: quizá difícil de expresar o explicar; sin embargo no es libre ni incontrolable, y
- utilización parcial de la información disponible: reducción drásticamente de la cantidad de cosas a las que se presta atención (orienta la solución del problema, pero provoca el riesgo de cerrarse demasiado en un enfoque).

Para la resolución del problema final presentado en la intervención se sugirieron los pasos que propone Polya (1965):

- a) Comprender el problema (datos, incógnitas, condiciones, suficiencia, etc.).

- b) Concebir un plan (problemas semejantes, problema más particular, otros datos apropiados, otra forma de plantear la incógnita, etc.).
- c) Ejecutar el plan (con la comprobación de cada paso).
- d) Hacer una visión retrospectiva (verificar resultado, razonamiento, generalización del método, otros caminos posibles, etc.). Se consideró fundamental una sesión del grupo con el docente después de este tipo de actividades para exponer dudas, hacer aclaraciones, presentar diversos caminos y elaborar una conclusión.

Los temas que se trataron en el cuaderno son: distribución de frecuencias: absolutas, relativas y acumuladas; y gráficas: de pastel, de barra, histogramas y polígono de frecuencias (ver tabla 3.3.). Estos se incluyen en el programa de estudios correspondiente de la materia Estadística Descriptiva de la carrera de Psicología (UABC, 2004).

Tabla 3.3. Desarrollo de contenidos del cuaderno del estudiante

Concepto	Procedimiento asociado	Cantidad de ejemplos	Cantidad de ejercicios	Cantidad de no ejemplos	Cantidad de ejercicios finales	Problema final
Frecuencia absoluta	<ul style="list-style-type: none"> • Conteo de frecuencia • División en intervalos (de igual y distinta amplitud) 	6	5		8 – Integran los conceptos y procedim.	1 -problema integrador situado en su medio
Frecuencia relativa	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de frecuencia relativa • Cálculo de frecuencia relativa porcentual 	6	2			
Frecuencia acumulada	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de frecuencia acumulada • Cálculo de frecuencia acumulada porcentual 	4	3			
Gráfica de pastel	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de ángulo central • Graficación 	2	2	Gráficos engaños.		
Gráfica de barras	<ul style="list-style-type: none"> • Graficación 	3	2			
Histograma	<ul style="list-style-type: none"> • Graficación con intervalos de igual y distinta amplitud 	5	7			
Polígono de frecuencia	Graficación	3	2			

3.2.4. Examen de conocimientos

En el plano de la Estadística, según lo expresan Garfield y Chance (2000) las evaluaciones tradicionales de esta materia se parecen a los problemas de los libros de texto, abundan en cálculos numéricos o enfatizan el recuerdo de información disociada; rara vez revelan información acerca de lo que los estudiantes comprenden o de cómo razonan con los conceptos estadísticos. Hubbard (1977) expresa que este tipo de exámenes alientan un aprendizaje memorístico y la memorización permite sólo dar una

respuesta correcta si la pregunta tiene, exactamente, la misma forma que la aprendida; no buscan la aplicación de conocimientos a problemas reales.

Sin embargo, a partir de la década de los noventa se ha dado una reforma que pretende usar la evaluación en Estadística como una herramienta para mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Garfield, 2003; Garfield y Chance, 2000).

Dos exámenes conocidos que se aplican en Estadística son el denominado *Statistical Reasoning Assessment* (SRA) cuya traducción sería Evaluación de Razonamiento Estadístico, de tipo criterial, y el *Advanced Placement (AP) Statistics Exam* que se traduce como un Examen Avanzado de Ubicación en Estadística, de tipo normativo. De estos dos tipos de evaluación interesa destacar el SRA, tipo de examen que se utilizó en esta experiencia. De acuerdo con el nombre del SRA, un concepto importante es el razonamiento estadístico que se entiende como la forma en que las personas razonan con la Estadística y le dan sentido a la información obtenida con ella (Garfield, 2002; Moore, 1997).

El SRA es un examen de 20 ítems de opción múltiple que abarca Estadística Descriptiva y Probabilidad y se administra a estudiantes universitarios de Estados Unidos de América. Garfield y Chance (2000) detallan el dominio y los objetivos del SRA. Los siguientes son los objetivos relacionados con el tema: *razonamiento de datos estadísticos y de gráficos que representan esos datos* (tema de esta investigación):

- a) Reconocer y categorizar datos como cualitativos o cuantitativos, discretos o continuos; y conocer el tipo de datos que conducen a un tipo particular de tabla o gráfica.
- b) Comprender la forma en que un gráfico representa un grupo de datos; conocer cómo modificar un gráfico para una mejor representación de datos; ser capaz de identificar un esquema en sus rasgos generales.

De acuerdo con lo que plantea la literatura al respecto de la evaluación en Estadística, el examen de conocimientos tiene como propósito determinar el dominio del aprendizaje adquirido por el estudiante después de implementar la didáctica con bases constructivistas. Consiste en 20 ítems de opción múltiple para garantizar un muestreo amplio del dominio de los contenidos (ver anexo D). Al igual que el examen diagnóstico, cada ítem tiene cuatro opciones (**a, b, c, d**) y para responder el ítem se adoptó el formato de la mejor respuesta. Así, después de leer atentamente la base del reactivo, el estudiante debía escoger la opción que considerara mejor. Si el alumno no sabía cuál era la mejor respuesta, podía optar por “no sé” (opción **e**). Durante el examen se podía usar calculadora y apuntes.

La tabla 3.4. presenta los conceptos que se evalúan en la prueba y cómo se distribuyeron los reactivos con respecto al nivel cognoscitivo de la taxonomía de Bloom, según lo detalla Popham (2000). Esta tabla se refiere a la organización final del examen, después de haber sido depurado tras las recomendaciones que surgieron con los resultados del pilotaje.

Tabla 3.4. Dominio a evaluar en el examen de conocimientos. Número del ítem y nivel taxonómico

Nivel taxonómico	Conocim.	Comprensión	Aplicación	Análisis	Evaluación	Total de ítems
Concepto						
Conceptos estadísticos básicos		6. lectura de datos en una tabla				1
Frecuencia absoluta	1. Definición	18. Lectura de datos.	2. Construcción de tabla (N)			3
Frecuencia absoluta por intervalo		10*. Diferencia entre frec. acumulada y frec. absoluta por intervalo	5. Construcción de tablas			2*
Frecuencia relativa		8. Usos de la frecuencia relativa	11. Cálculo de porcentaje		7. Variables con datos compartidos (intersección no vacía)	3
Frecuencia acumulada	15. Definición	10*. Diferencia entre frecuencia acumulada y frecuencia absoluta por intervalo	14. Cálculo de frecuencia acum. % a partir de tabla 20. Cálculo a partir de una gráfica			4*
Gráfica de pastel	17. Usos del tipo de gráfica	19. Lectura de gráfica	9. Graficar			3
Gráfica de barras		3. Gráfico más apropiado				1
Histograma		13. Gráfico más apropiado	4. Calcular Intervalos de distinta amplitud			2
Polígono de frecuencias		16. Traducción de la definición		12. Análisis del porqué de un error gráfico		2
Total de ítems	3	8	7	1	1	20

(*) El ítem 10 aparece en dos conceptos porque pretende evaluar si el estudiante puede distinguir la diferencia entre la frecuencia absoluta y la acumulada (ambas por intervalo).

3.2.5. Escala de actitud hacia la Estadística

Carmona (2004) afirma que muchos estudiantes llegan a las materias de Estadística con preconcepciones y actitudes negativas hacia la materia. Gal y Garfield (como se cita en Estrada, 2001), después de analizar comentarios escritos por estudiantes que no han realizado ningún curso de Estadística, destacan que estos alumnos ya tienen sentimientos fuertes y definidos hacia la materia antes de iniciar su formación. Su investigación también sugiere que, según sean estos sentimientos (positivos o negativos) será el aprendizaje. Por ello es importante valorar las actitudes y creencias de los estudiantes antes y después de un proceso de formación. Así, esta escala tiene como objetivo conocer la actitud del estudiante frente a la Estadística, antes y después de la implementación de una metodología constructivista (ver anexo E).

Schau, Stevens, Dauphinee y Del Vecchio (1995) analizaron diferentes instrumentos de medición de actitudes hacia la Estadística y detectaron que faltaban una serie de características por lo que decidieron construir una nueva escala, el *Survey of Attitudes Toward Statistics* (SATS), que pudiera utilizarse tanto en investigación como para la enseñanza, con dos versiones (pre y post) del cuestionario, que se aplicarían antes y después de recibir la instrucción. Así, el SATS² original cuenta con 28 ítems que se organizan en cuatro componentes:

- afectivo: sentimientos positivos o negativos con respecto a la Estadística (6 ítems),
- competencia cognitiva: actitudes acerca del conocimiento y las habilidades intelectuales aplicadas a la Estadística (6 ítems),
- valor: actitudes acerca de la utilidad, relevancia y valía de la Estadística en la vida personal y profesional (9 ítems) y
- dificultad: actitudes acerca de la Estadística como materia (7 ítems).

Para la presente investigación se utilizaron 20 ítems del SATS. La encuesta se hizo en escala de Likert de cinco elecciones que van desde “en total desacuerdo” a “totalmente de

² El SATS está disponible en el sitio web <http://www.unm.edu/~cschau/viewsats.htm>

acuerdo” (ver tabla 3.5.). Se utilizó un instrumento en escala de actitud, porque este tipo es más objetivo que otras técnicas y presentan ciertas ventajas: permiten el anonimato, se pueden administrar simultáneamente a muchas personas, cada persona responde exactamente la misma pregunta y, en general, los datos obtenidos son más fáciles de analizar e interpretar que los datos extraídos de respuestas orales o abiertas.

Tabla 3.5. Dimensiones, indicadores y variables considerados en la encuesta de información general y la escala de actitud hacia la Estadística

Dimensión	Indicador	Variables
1. Datos generales		1.1. Edad 1.2. Lugar de nacimiento 1.3. Género
2. Trayectoria Escolar		2.1. Promedio bachillerato 2.2. Promedio actual en la universidad 2.3. Cursos previos de Estadística
3. Actitud hacia la Estadística	Afectivo (3.1, 3.2, 3.8, 3.11, 3.14) Competencia Cognitiva (3.3, 3.6, 3.13, 3.16, 3.18, 3.20) Valor (3.4, 3.7, 3.9, 3.10) Dificultad (3.5, 3.12, 3.15, 3.17, 3.19)	3.1. Gusto por la Estadística 3.2. Nivel de seguridad en problemas estadísticos 3.3. Entendimiento de fórmulas estadísticas 3.4. Valor de la Estadística 3.5. Nivel de complejidad de la materia 3.6. Conocimientos acerca de Estadística 3.7. Utilidad en la vida profesional 3.8. Nivel de frustración en exámenes de Estadística 3.9. Aplicación de pensamiento estadístico en la vida 3.10. Uso de la Estadística en la vida diaria 3.11. Nivel de estrés en las clases 3.12. Necesidad de disciplina 3.13. Errores matemáticos 3.14. Temor hacia la Estadística 3.15. Cantidad de cálculos matemáticos 3.16. Posibilidad de aprendizaje 3.17. Nivel de tecnicidad 3.18. Entendimiento de conceptos estadísticos 3.19. Necesidad de cambiar pensamiento estadístico personal 3.20. Entendimiento de ecuaciones estadísticas.

De los 17 instrumentos, que se encontró en la literatura, para medir actitud y ansiedad hacia la Estadística, Carmona (2004), después de un análisis riguroso, afirma que el SATS es el segundo cuestionario más usado de actitud hacia la Estadística. Además, los resultados de muchas investigaciones tienen evidencias a favor de la estructura de cuatro

dimensiones del SATS obtenidas con técnicas de análisis factorial confirmatorio³. El autor concluye que dos escalas (el ATS y SATS) pueden ser utilizadas, con ciertas garantías, para evaluar las actitudes hacia la Estadística.

Sin embargo, Gal y Ginsburg (1994) aseveran que, en Estados Unidos, los acercamientos hacia una evaluación de aspectos no cognitivos no son del todo acertados, en parte debido:

- al uso exclusivo de escalas de tipo Likert, como en el *Statistics Attitude Survey* (SAS) y el *Attitudes Toward Statistics* (ATS);
- a la inclusión de temas no apropiados para estudiantes que no han tenido experiencia con Estadística o que recién comienzan su carrera, y
- a la relación inexistente entre actitudes hacia la Estadística y otros constructos.

Para subsanar estos problemas, entre otros, se sugiere realizar entrevistas a los estudiantes, conducir grupos de discusión o ampliar los ítems con preguntas de respuesta abierta (McLeod; Tobías, como se cita en Gal y Ginsburg, 1994).

De acuerdo con estas recomendaciones, al final de la intervención se hicieron preguntas semi-abiertas al grupo E (ver tabla 3.6.) y se desarrolló un grupo de discusión con estudiantes del mismo grupo. De este modo, se pudieron profundizar los temas tratados en la escala.

³ En la página Web <http://www.unm.edu/~cschau/satsreferences.htm> se presentan numerosas referencias que aportan información acerca de estudios de validación que hicieron los autores del instrumento, así como trabajos realizados por otros investigadores.

Tabla 3.6. Cuestionario para el Grupo E, complementario a la escala de actitud

1. ¿Qué es la Estadística para ti? ¿Qué peso tiene en tu carrera?
2. ¿Quieres aprender Estadística? Si es así, ¿de qué forma?
3. ¿Crees que existe un razonamiento propiamente estadístico?
4. ¿Te gustaría llevar otro curso de Estadística?
5. ¿Algo que desees agregar sobre tu actitud hacia la Estadística? (aprendizaje, gusto, disgusto, etc.)

3.2.6. Escala de percepción general de la experiencia

Con este instrumento (ver anexo F) se pretendió conocer la opinión de los estudiantes acerca de la didáctica utilizada. La encuesta incluye 52 ítems en escala de Likert de cinco elecciones que van desde “en total desacuerdo” a “totalmente de acuerdo”. Las preguntas recogieron información acerca de la experiencia en general, la utilidad del cuaderno del estudiante y la interacción maestro-estudiante y estudiante-estudiante. (Ver tabla 3.7.).

Tabla 3.7. Indicadores y variables considerados en la escala de percepción general de la experiencia

Indicador	Variable
Aprendizaje	4.1. Calidad del aprendizaje logrado. 4.52. Si hubo aprendizaje durante el curso 4.2. Utilidad del aprendizaje obtenido.
Cuaderno del estudiante	4.3. Claridad del cuaderno del estudiante. 4.4. Organización del cuaderno del estudiante. 4.5. Profundidad de los contenidos del cuaderno. 4.6. Innovación del material presentado. 4.49. Consulta al cuaderno del estudiante. 4.50. Utilidad del cuaderno. 4.51. Completitud del cuaderno 4.7. Consulta al mapa conceptual. 4.8. Claridad del mapa conceptual. 4.9. Completitud del mapa conceptual. 4.10. Utilidad del mapa conceptual. 4.11. Utilidad del glosario. 4.12. Completitud del glosario. 4.13. Claridad del glosario. 4.14. Consulta al glosario. 4.15. Claridad de las definiciones de los conceptos. 4.16. Claridad de los procedimientos. 4.17. Lectura de ejemplos. 4.18. Claridad de los ejemplos. 4.19. Suficiencia de ejemplos. 4.20. Ejemplos interesantes. 4.21. Utilidad de los ejemplos. 4.22. Resolución de los ejercicios. 4.23. Ejercicios interesantes. 4.24. Claridad de los ejercicios. 4.25. Suficiencia de ejercicios. 4.26. Facilidad de los ejercicios. 4.27. Utilidad de los ejercicios. 4.28. Claridad del problema final. 4.29. Dificultad del problema final. 4.30. Problema final interesante. 4.31. Suficiencia de problemas. 4.32. Calidad de las fuentes de información. 4.33. Suficiencia de las fuentes de información. 4.34. Consulta a las fuentes de información. 4.35. Utilidad de las fuentes de información.
Rol del maestro	4.36. Claridad de las exposiciones del maestro. 4.37. La participación del maestro. 4.38. Comunicación entre maestro y alumnos. 4.39. Conocimiento del maestro de los temas. 4.40. Utilización del cuaderno por parte del maestro. 4.41. Accesibilidad al maestro. 4.42. Respuestas del maestro a las preguntas de alumnos. 4.43. Ayuda del maestro en la resolución de ejercicios. 4.44. Ayuda del maestro en la resolución de ejercicios.
Interacción entre estudiantes	4.45. Importancia de la interacción entre compañeros. 4.46. Interacción en la resolución del problema. 4.47. Necesidad de trabajo en grupo. 4.48. Colaboración para resolución de ejercicios.

3.2.7. Guía para el grupo de discusión

Un grupo de discusión es una técnica de investigación social que privilegia la conversación, con ella se pretende captar el modo de pensar de los individuos de un grupo (Álvarez-Gayou, 2003). Con este instrumento se pretendió complementar la escala para conocer la opinión de los estudiantes acerca de la didáctica utilizada y su actitud hacia la Estadística. Como se mencionó anteriormente, con el grupo de discusión se busca que los estudiantes expresen aquellas opiniones que no pudieron reflejar en la encuesta.

La guía incluye aspectos relacionados con la cantidad y la calidad de los aprendizajes que lograron los estudiantes, la facilidad de comprensión del cuaderno didáctico, la utilidad de las actividades, la conveniencia de trabajo individual o grupal, la participación del maestro en la dinámica, errores o dificultades encontrados durante el desarrollo de las unidades temáticas, gusto por la Estadística, propuestas o sugerencias, etc. (ver tabla 3.8.).

Tabla 3.8. Guía para el grupo de discusión

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. De manera general, ¿qué les pareció la experiencia? 2. ¿Qué opinión tienen acerca del cuaderno que utilizaron para su aprendizaje? 3. ¿Tuvieron problemas durante el aprendizaje? ¿Cuáles? 4. ¿Qué opinan del diagnóstico? 5. ¿Qué opinan del examen de conocimientos? 6. ¿Quieren hacer algún comentario adicional? ¿Cuál? |
|---|

3.2.8. Guía para la entrevista

Para este trabajo se consideró útil un tipo de entrevista semi-estructurada a fin de conocer la opinión del maestro acerca de la didáctica implementada. La entrevista semiestructurada, según señalan Hernández-Sampieri, Fernández-Collado y Baptista-Lucio (2003), se basa en una guía de preguntas donde el entrevistador puede introducir otras nuevas durante la entrevista para precisar conceptos u obtener más información sobre temas de interés que surjan en ese momento.

Si bien no existen reglas fijas sobre la forma de realizar la entrevista, Sierra (1998) aporta algunas características a tener en cuenta:

- ✓ Previo al encuentro se debe elaborar una guía, como herramienta de trabajo reflexivo; no es una lista de preguntas, sino una lista de temas o áreas generales.
- ✓ Es recomendable que, si bien se lleve anotada por escrito, el entrevistador la tenga memorizada, a fin de generar mayor fluidez en el momento de la conversación.
- ✓ Generar un clima de confianza y empatía entre entrevistador-entrevistado.
- ✓ No interrumpir al entrevistado, sino guiarlo con discreción.
- ✓ Descartar preguntas demasiado directas, tendenciosas o que induzcan a la respuesta.
- ✓ El inicio de la entrevista debe plantearse a través de la lógica del embudo, es decir formular preguntas generales y dejar que el entrevistado comience a hablar y se rompa el hielo.
- ✓ El uso de grabadora garantiza la concentración del entrevistador, aunque hay que cuidar el no hacer sentir incómodo al entrevistado (usar equipos pequeños, casetes de larga duración, ubicarla al margen del ángulo de visión de los interlocutores).
- ✓ Es importante que el investigador transcriba inmediatamente la entrevista para enriquecer con notas significativas que no figuran en la grabación y después pueden olvidarse.

La guía incluye preguntas acerca de lo adecuado del método, la facilidad del uso de la didáctica, errores o aciertos, aspectos positivos y negativos del cuaderno del estudiante

y de la guía para el maestro, su percepción acerca de su rol dentro de la didáctica, propuestas o sugerencias, etc. De acuerdo con las recomendaciones previas se elaboró la guía (ver tabla 3.9.) y se llevó a cabo la entrevista.

Tabla 3.9. Guía para la entrevista al docente

Pregunta	Indicador
1. ¿Qué formación docente tienes?	Formación docente
2. ¿Qué piensas de la Estadística?	Actitud hacia la Estadística
3. ¿Cómo caracterizas a los alumnos de tu clase?	Visión del estudiante
4. ¿Qué opinas del aprendizaje logrado por los alumnos con esta didáctica?	Calidad de aprendizaje
5. ¿Qué opinas de la didáctica utilizada en esta experiencia?	Didáctica utilizada
6. ¿Cómo consideras la guía para el docente?	Materiales utilizados
7. ¿Qué opinas del cuaderno del estudiante?	
8. ¿Qué opinas del diagnóstico?	
9. ¿Qué opinas del examen de conocimientos?	
10. ¿Cómo viste tu rol como docente?	Rol del maestro
11. ¿Cómo viste la relación entre los estudiantes?	Interacción entre estudiantes
12. ¿Qué opinas de la experiencia en cuanto a su futuro?	Opinión de la experiencia
13. ¿Algo más que quisieras comentar?	

3.3. Procedimiento

A continuación se presentan los procedimientos que se llevaron a cabo para iniciar una demostración de la validez de contenido de los dos exámenes y, posteriormente, la organización de la aplicación de los instrumentos.

3.3.1. Evidencias de validez de los instrumentos: examen diagnóstico y examen de conocimientos

Para propiciar la validez de contenido, tanto del diagnóstico como del examen de conocimientos, se utilizaron el método de jueceo y luego, un pilotaje. A continuación se detallan los procedimientos que se siguieron y las conclusiones de los mismos.

3.3.1.1. **Método de jueceo**

El jueceo se realizó con apoyo de un panel de expertos conformado por cuatro especialistas relacionados con la materia de Estadística. Los miembros del panel fueron: una maestra de la materia Estadística Descriptiva de la carrera de Psicología de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC, una maestra de Matemática de Bachillerato y de institutos de formación docente en Matemática, un doctor en Ciencias de la Educación, especialista en la confección de materiales para instrucción en Estadística y un maestro de Estadística del Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo de la UABC. A los jueces se les pidió que analizaran el nivel de corrección, el grado de dificultad y la redacción de cada reactivo. Los ítems fueron aceptados si se contaba con un 75% de acuerdo; los que no, fueron rechazados o se modificaron según las sugerencias de los jueces.

Para que los jueces evaluaran los dos exámenes se les pidió que tomaran en cuenta las siguientes consideraciones:

En general:

1. Las instrucciones del examen ¿son claras?
2. En el caso del diagnóstico: ¿se cubren los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje de distribución de frecuencias y gráficas (pastel, barras, histograma, polígono)? Si no es así, ¿qué sugiere?
3. En el caso del examen de conocimientos: ¿Se cubren los contenidos desarrollados en el cuaderno del estudiante?

Para cada ítem:

¿El ítem debe ser incluido? SÍ, COMO ESTÁ / SÍ, PERO CON CAMBIOS / NO.

Para responder la pregunta anterior usted debe valorar los siguientes aspectos:

- ✓ El ítem ¿refleja el nivel de conocimiento de la taxonomía de Bloom que se presenta en la tabla 3.1. ó 3.4. (según se refiera al diagnóstico o al examen de conocimientos, respectivamente)?

- ✓ El enunciado del ítem, ¿es claro?
- ✓ El ítem ¿es correcto? Es decir, tiene una única solución correcta y los distractores son buenos. Si no es así, aclarar lo incorrecto.

3.3.1.2. Pilotaje del examen diagnóstico

El pilotaje de este examen se realizó con 18 estudiantes de Sociología, del tronco común de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC, que al mes siguiente cursarían la materia Estadística Descriptiva. Se consideró esa población porque tenía, aproximadamente, las mismas características de la población real donde se aplicaría el diagnóstico (están en la misma facultad, cursan la materia Estadística Descriptiva en el tercer semestre con el mismo programa de estudio, son mayor número de mujeres que de hombres, la edad media está entre los 18 a 20 años, con algunos estudiantes mayores de 30 años de edad).

Como resultado (ver tabla 3.10.), se obtuvo un examen de dificultad media⁴ (0.51), con un índice de discriminación⁵ promedio de los ítems de 0.39 (en cada uno de ellos igual o superior a 0.20). El ítem 20 no discriminó suficientemente, probablemente debido a la facilidad de dicho reactivo (el 94% de los alumnos supieron contestarlo correctamente). Cabe aclarar que el índice de discriminación mínimo que se consideró para que un ítem fuera aceptado fue de 0.20, (ver tabla 3.11. extraída de Popham, 2000, p. 324).

$$^4 \text{ índice de dificultad del ítem} \rightarrow p = \frac{R}{T}$$

R = número de estudiantes que respondieron el ítem correctamente.

T = número de estudiantes que respondieron el ítem.

(Popham, 2000, p.321)

$$^5 \text{ índice de discriminación del ítem} \rightarrow D = p_h - p_l$$

p_h = índice de dificultad del ítem para el grupo de estudiantes con calificaciones más altas en la prueba (27% del total).

p_l = índice de dificultad del ítem para el grupo de estudiantes con calificaciones más bajas en la prueba (27% del total).

(Popham, 2000, p. 323)

También se encontró una adecuada confiabilidad⁶ del instrumento (0.76). Tales indicadores son signos de una calidad técnica aceptable del instrumento.

Tabla 3.10. Pilotaje del diagnóstico. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del instrumento

Ítem	p	D	Ítem	p	D
1	0.72	0.8	13	0.33	0.4
2	0.89	0.2*	14	0.56	1
3	0.33	0.6	15	0.22	0.2
4	0.17	0.4	16	0.44	0.6
5	0.83	0.6	17	0.17	0.4
6	0.61	0.8	18	0.28	0.4
7	0.78	0.2*	19	0.56	0.2*
8	0.83	0.2	20	0.94	0.0*
9	0.89	0.4	21	0.94	0.2*
10	0.17	0.2	22	0.56	0.6
11	0.56	0.4	23	0.22	0.2
12	0.17	0.2	24	0.11	0.2
Promedio	0.51	0.39			
Confiabilidad	0.76				

(*) Los valores señalados con asteriscos son menores o iguales a 0.20. Los valores 0.2 que se encuentran a la derecha en las 3ª y 6ª columnas indican que los centésimos son mayores que 0.

Tabla 3.11. Evaluación del ítem según su índice de discriminación

Índice de discriminación (D)	Evaluación del ítem
0.40 ó más	Ítem muy bueno.
0.30 – 0.39	Ítem razonablemente bueno, puede mejorarse.
0.20 – 0.29	Ítem marginal, necesita mejorarse
0.19 ó menos	Ítem deficiente, debe sacarse o mejorarse mediante revisión

La tabla 3.12. muestra el análisis de distractores de cada ítem. En ella aparecen distractores que no funcionaron como tales; por lo tanto, si bien se decidió no hacer demasiados cambios en el examen, se trataron de mejorar las opciones con poca frecuencia de elección, para su posterior aplicación en la experiencia.

⁶ La confiabilidad del instrumento fue calculada a través del coeficiente alfa de Cronbach (α)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum s_j^2}{\sum s_x^2} \right), \text{ donde:}$$

k = número de ítems, $\sum s_j^2$ es la suma de las varianzas de los ítems y $\sum s_x^2$ es la varianza del examen. (Abad, Garrido, Olea y Ponsoda, febrero 2006).

Tabla 3.12. Pilotaje del diagnóstico. Análisis de distractores (en porcentajes)

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rta. Correcta	B	D	B	C	C	B	A	B	A	C	A	B
Porcentajes												
A	0	11	6	6	6	6	78	0	89	6	56	39
B	72	0	33	11	0	61	17	83	6	17	6	17
C	11	0	11	17	83	6	0	6	6	17	28	33
D	6	89	17	0	6	17	6	6	0	22	6	0
No contestó	11	0	33	67	6	11	0	6	0	39	6	11
Porcentajes												
Ítem	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Rta. Correcta	A	D	D	C	D	C	A	B	C	B	D	D
Porcentajes												
A	33	6	11	39	17	28	56	0	0	0	0	83
B	22	17	11	0	44	6	0	94	0	56	11	0
C	11	6	56	44	6	28	28	0	94	22	39	0
D	22	56	22	11	17	6	11	6	6	17	22	11
No contestó	11	17	0	6	17	33	6	0	0	6	28	6

3.3.1.3. Pilotaje del examen de conocimientos

El pilotaje de dicho instrumento se realizó con 30 estudiantes que habían cursado la materia de Estadística Descriptiva uno o dos semestres anteriores. Los estudiantes eran de Sociología, Ciencias de la Comunicación o Psicología de la UABC o de una universidad privada conocida. Se consideró esa población porque tenía, aproximadamente, las mismas características de la población real donde se aplicaría el examen (cursaron la materia Estadística Descriptiva en el tercer semestre con el mismo programa de estudio o uno similar, mayor número de mujeres que de hombres, estudiantes de 18 a 20 años en su mayoría, pero con algunos de mayor edad).

Como conclusión del pilotaje, se obtuvieron los siguientes resultados (ver tabla 3.13.). Inicialmente el examen constaba de 19 ítems de opción múltiple. El pilotaje permitió detectar varios problemas en la prueba, entre ellos que 11 ítems no contaban con una discriminación superior a 0.20; quizá esto se debiera a que el nivel de dificultad de los ítems, en promedio, era de 0.26 (muy difícil para los estudiantes). Por lo tanto, se decidió revisar profundamente el instrumento y modificar o eliminar aquellos ítems con problemas. Se optó por hacer una prueba menos difícil y se agregó un ítem número 20.

Tabla 3.13. Pilotaje del examen de conocimientos. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del instrumento

Ítem	p	D	Ítem	p	D
1	0.40	0.25	11	0.10	0.12*
2	0.83	0.00*	12	0.23	0.12*
3	0.27	0.12*	13	0.27	0.25
4	0.07	0.12*	14	0.20	0.12*
5	0.23	0.38	15	0.37	0.25
6	0.30	0.38	16	0.17	0.12*
7	0.30	0.12*	17	0.17	0.12*
8	0.10	0.25	28	0.13	0.00*
9	0.53	0.25	19	0.23	0.62
10	0.03	0.12*			
Promedio	0.26	0.2			
Confiabilidad	-0.28				

(*) Los valores señalados con asteriscos son menores o iguales a 0.20

Además, la tabla 3.14. permitió detectar la presencia de distractores demasiado “atractivos”. Por lo tanto se buscó presentar las opciones incorrectas menos “disfrazadas” de correctas.

Tabla 3.14. Pilotaje del examen de conocimientos. Análisis de distractores (en porcentajes)

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rta. Correcta	B	D	A	A	C	C	B	D	B	C	A	D
Porcentajes												
A	27	3	27	7	7	53	33	7	3	0	10	17
B	40	7	17	3	40	13	30	60	53	40	37	20
C	3	7	40	10	23	30	3	20	37	3	13	20
D	13	83	7	40	20	3	27	10	3	50	27	23
No contestó	17	0	10	40	10	0	7	3	3	7	13	20
Porcentajes												
Ítem	13	14	15	16	17	18	19					
Rta. Correcta	A	D	A	B	A	D	C					
Porcentajes												
A	27	17	37	33	17	43	3					
B	27	13	20	17	30	10	10					
C	27	10	13	17	10	17	23					
D	17	20	13	13	20	13	57					
No contestó	3	40	17	20	23	17	7					

* Las celdas escritas en negrita señalan opciones erróneas o de no respuesta con un porcentaje superior al 25% de elecciones.

3.3.2. Intervención

La experiencia se desarrolló durante el periodo que duró la carga horaria asignada al tema de *Distribución de frecuencias* de la materia de Estadística Descriptiva correspondiente al 3er. semestre del tronco común de Ciencias Administrativas y Sociales que cursan los estudiantes de Psicología, en los turnos matutino y vespertino del semestre 2006-2. Dicha materia se imparte dos veces por semana, con un total de 4 horas semanales, en el campus de Valle Dorado. A ese total de alumnos (Grupo G) se le aplicaron el diagnóstico, el examen de conocimientos y la escala de actitud. A un subconjunto, llamado grupo E (el del turno vespertino) se le aplicó la didáctica constructivista, el maestro recibió la guía para el docente y los alumnos utilizaron el cuaderno didáctico. Para la aplicación de los instrumentos, se concibió el diseño del estudio en tres etapas: etapa inicial, media y final (ver tabla 3. 15.).

Es importante destacar que, previamente a la intervención, se negoció el acceso a los informantes. Así, se acordó realizar esta experiencia con la aprobación de los directivos de la facultad, los maestros participantes y los alumnos de Psicología que cursaban la materia Estadística Descriptiva ese semestre.

En la **etapa inicial**, tras la negociación de acceso con el coordinador de la carrera, con el docente y con los estudiantes, se entregaron la guía para el docente y los cuadernos para los estudiantes al maestro del grupo E. Esto ocurrió en una sesión con la investigadora quien expuso el método a utilizar y explicó cómo se realizaría la intervención y el rol del maestro en ella. Además, el docente que llevó a cabo la experiencia se mantuvo comunicado para formular cualquier duda o comentario.

Posteriormente, durante una hora de la clase de Estadística al inicio del curso, se aplicó el examen diagnóstico a los estudiantes del grupo G. Junto con el diagnóstico, los estudiantes contestaron la escala de actitud. Cabe aclarar que en ese momento también se preguntó a los estudiantes el lugar de nacimiento, edad, promedio de bachillerato, universidad y la cantidad de materias de Estadística cursadas con anterioridad (consideradas desde el bachillerato).

Las respuestas de los estudiantes fueron revisadas por quien realizó el estudio; luego, a través de su maestro, se devolvió información a los estudiantes del grupo E acerca de los resultados. El docente dedicó una clase para subsanar dudas y explicar algunos conceptos que se le sugirió.

La etapa **media** duró 24 horas cátedra y se realizó con el maestro y los estudiantes del grupo E. Consistió en la implementación de la didáctica propuesta para las unidades temáticas designadas durante el periodo de clases. El cuaderno didáctico fue el sostén escrito para el aprendizaje de los estudiantes, quienes contaron también con el apoyo del maestro del curso quien fue expositor y guía para el aprendizaje.

En la **etapa final**, se aplicó el examen de conocimientos y, por segunda vez, la escala de actitud hacia la Estadística. Las respuestas de los alumnos fueron calificadas por la investigadora.

El mismo día, después del examen, de acuerdo con las recomendaciones de Álvarez-Gayou (2003), se realizó un grupo de discusión con 8 integrantes seleccionados por el maestro del grupo E. En otra sesión posterior, se entrevistó al maestro del grupo E. La información del grupo de discusión y de la entrevista se recolectó por medio de cinta magnética y anotaciones de campo, las cuales fueron transcritas y analizadas. Los comentarios del maestro, antes, durante y posteriormente al desarrollo de la didáctica fueron vía telefónica, personal y por correo electrónico. De todos se tienen los registros escritos.

Tabla 3.15. Aplicación de instrumentos a estudiantes y maestro en función del tiempo

Participantes	Aplicación de instrumentos por etapas		
	Inicial	Media	Final
ALUMNOS Grupo G	DIAGNÓSTICO		EXAMEN CONOCIMIENTOS
	ESCALA ACTITUD		ESCALA ACTITUD
Grupo E		CUADERNO DIDÁCTICO	ESCALA DE PERCEPCIÓN EXPERIENCIA GRUPO DE DISCUSIÓN
MAESTRO Grupo E	GUÍA PARA MAESTRO	CUADERNO DIDÁCTICO	ENTREVISTA

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se exponen los resultados. Primeramente se hace una *descripción de los estudiantes participantes*. Luego, un análisis de los *desempeños* académicos en el bachillerato y en la UABC junto con los *aprendizajes* logrados, estos últimos fueron medidos a través de los dos instrumentos de evaluación: diagnóstico y examen de conocimientos. En tercer lugar, un análisis de la *actitud hacia la Estadística*. Y finalmente, sobre la *experiencia* en general. En las tres últimas secciones se muestran primeramente los resultados de corte cuantitativo y posteriormente, los cualitativos.

4.1. Descripción de los estudiantes participantes

Si bien el total de alumnos inscriptos en el grupo G fue de 73 y en el grupo E, de 30; hubo que descartar algunos participantes porque no proporcionaron la información necesaria para el análisis posterior, ya sea debido a que se dieron de baja en la materia, se ausentaron en los días de aplicación de instrumentos, se olvidaron de completar cuestionarios, no quisieron hacerlo, etc. La tabla 4.1 detalla la información acerca del número de estudiantes participantes por grupo que se utilizó para el posterior análisis de datos.

Tabla 4.1. Población estudiantil considerada en la experiencia

	Grupo G		Grupo E	
	Inicial	Final	Inicial	Final
Examinados/Encuestados	62	53	24	22
No considerados	14 (22.6%)	5(9.4%)	3(12.5%)	1(4.5%)
Netos	48		21	

Por lo tanto, los alumnos que se consideraron para el análisis de datos fueron un total de 48, de los cuales 21 constituyeron el grupo E. Según los resultados de la encuesta de información general, se hizo una clasificación por género, edad, lugar de nacimiento, tipo de bachillerato cursado y cantidad de materias de Estadística cursadas previamente a esta asignatura (Estadística Descriptiva).

Como la tabla 4.2. lo refleja, en ambos grupos se evidenciaron mayorías de estudiantes: a) de género femenino, b) entre los 18 y 20 años, c) que asistieron preferentemente a bachillerato público, y d) que habían tenido experiencia de haber cursado alguna materia de Estadística en el bachillerato o en la universidad.

Tabla 4.2. Distribución de los estudiantes participantes considerados

		Grupo G		Grupo E	
		n	%	n	%
Sujetos		48	100.0	21	100.0
Género	Femenino	33	68.8	13	61.9
	Masculino	15	31.3	8	38.1
Edad	18-20	30	62.6	9	42.9
	21-23	9	18.8	7	33.3
	24-52	9	18.8	5	23.8
Lugar de nacimiento	Nativos(*)	31	64.6	10	47.6
	Foráneos	17	35.4	11	52.4
Tipo de bachillerato	Público	40	83.3	17	81.0
	Privado	8	16.7	4	19.0
Cant. materias Estadística cursadas	0	9	18.8	4	19.0
	1	25	52.1	11	52.4
	2 ó más	14	29.2	6	28.6

(*) Nativos refiere a nacidos en Ensenada, B.C.

4.2. Desempeño – Aprendizaje

Junto con la encuesta de información general, también se preguntó en esas dos ocasiones (al comenzar y al terminar la intervención), cuáles eran sus promedios en el Bachillerato y en la UABC. En algunos casos, los datos iniciales y finales no coincidían. En el caso del Bachillerato, si la diferencia era menor o igual que un punto, se consideró un promedio de las dos calificaciones, de lo contrario se excluyó la información del estudiante para el análisis. En el caso del promedio de la UABC, se solicitó la información de esos casos particulares al Departamento de Servicios Estudiantiles y Gestión Escolar (campus Ensenada). Los exámenes de diagnóstico y de conocimientos fueron calificados en una escala del 0 al 10 para facilitar el contraste de la información.

De los promedios del bachillerato, UABC, calificaciones del diagnóstico y examen de conocimientos por estudiante se elaboraron las tablas 4.3. y 4.4. con los promedios y desviaciones estándar, tanto en forma global como para el grupo E.

Tabla 4.3. Distribución de desempeños en bachillerato, universidad y exámenes en el grupo G

Grupo G (48 alumnos)		Desempeño							
		Bachillerato		UABC		Diagnóstico		Exam. Conoc.	
		\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s
Total		8.9	0.6	9.1	0.6	5.4	1.3	4.6	1.7
Género	Femenino	9.0	0.6	9.2	0.5	5.0	1.3	4.2	1.4
	Masculino	8.6	0.7	8.7	0.6	6.2	1.0	5.5	1.9
Edad	18-20	8.9	0.6	9.0	0.6	5.5	1.2	4.4	1.5
	21-23	8.6	0.9	8.9	0.6	6.0	1.1	6.0	2.2
	24-52	9.0	0.5	9.5	0.5	4.3	1.5	3.9	1.1
Turno	Matutino	9.0	0.7	9.2	0.6	5.5	1.3	3.7	1.2
	Vespertino (Grupo E)	8.7	0.6	8.9	0.6	5.3	1.4	5.8	1.4
Lugar de nacimiento	Nativos*	8.8	0.7	9.0	0.6	5.4	1.4	4.5	1.6
	Foráneos	9.0	0.6	9.2	0.6	5.3	1.3	4.8	1.9
Tipo de bachillerato	Público	8.9	0.6	9.1	0.6	5.2	1.4	4.4	1.5
	Privado	8.7	0.8	8.8	0.5	6.1	1.0	5.5	2.2
Cant. materias cursadas	0	9.2	0.5	9.4	0.6	5.3	1.5	4.1	1.5
Estadística cursadas	1	8.8	0.5	9.0	0.6	5.3	1.3	4.8	1.9
	2 ó más	8.8	0.8	9.1	0.5	5.6	1.4	4.7	1.2

(*) Nativos refiere a nacidos en Ensenada, B.C.

Tabla 4.4. Distribución de desempeños en bachillerato, universidad y exámenes en el grupo E

Grupo E (21 alumnos)		Desempeño							
		Bachillerato		UABC		Diagnóstico		Exam. Conoc.	
		\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s
Total		8.7	0.6	8.9	0.6	5.3	1.4	5.8	1.4
Género	Femenino	8.9	0.5	9.2	0.5	4.5	1.1	5.2	1.1
	Masculino	8.5	0.7	8.4	0.5	6.5	0.7	6.8	1.4
Edad	18-20	8.7	0.5	8.8	0.6	5.5	1.1	5.9	1.1
	21-23	8.7	0.8	8.8	0.6	6.1	1.1	6.4	2.0
	24-52	8.9	0.5	9.2	0.6	3.7	1.1	4.7	0.3
Lugar de nacimiento	Nativos*	8.6	0.5	8.8	0.7	5.1	1.6	5.9	1.3
	Foráneos	8.8	0.6	9.1	0.5	5.4	1.3	5.7	1.6
Tipo de bachillerato	Público	8.7	0.6	9.0	0.6	5.1	1.4	5.6	1.2
	Privado	8.8	0.5	8.6	0.6	6.0	1.3	6.8	2.2
Cant. materias cursadas	0	9.0	0.5	9.2	0.8	4.8	1.0	5.1	0.6
Estadística cursadas	1	8.9	0.3	8.8	0.6	5.5	1.4	6.2	1.6
	2 ó más	8.4	0.9	9.0	0.6	5.1	1.7	5.4	1.4

(*) Nativos refiere a nacidos en Ensenada, B.C.

Posteriormente se hizo un estudio de correlaciones entre las variables género, turno, tipo de bachillerato, cantidad de materias Estadística cursadas y los desempeños, tanto para G como para E. En el grupo G se encontraron correlaciones entre el género y los distintos desempeños. Se trata de correlaciones negativas del género con los promedios de bachillerato y UABC, es decir, parece que las estudiantes mujeres mostraron mejores calificaciones que los estudiantes hombres. Por el contrario, en el diagnóstico y en el examen de conocimientos, la correlación es positiva (al nivel de significancia de 0.01); lo que significa que los hombres obtuvieron mejores calificaciones que las mujeres. La correlación más elevada se da entre el turno y el examen de conocimientos, con las

mayores calificaciones en el turno vespertino (grupo E). Otro dato que llamó la atención fue que el promedio de la UABC se correlaciona negativamente (al nivel de significancia de 0.01) con las calificaciones del examen de conocimientos, es decir, pareciera que quienes presentan mejores promedios en la UABC tuvieron peor desempeño en el examen (ver tabla 4.5.).

Tabla 4.5. Correlaciones entre las variables generales y las académicas para el grupo G

Global (48 alumnos)	Género	Turno	Tipo Bach.	Estad. cursadas	Prom. Bach.	Promedio UABC	Diagnóst.	Examen Conocim.
Género	1							
Turno	.130	1						
Tipo Bachillerato	.181	.056	1					
Estadísticas Cursadas	-.179	-.011	.218	1				
Promedio de Bachillerato	-.293(*)	-.190	-.117	-.005	1			
Promedio de UABC	-.420(**)	-.250	-.245	-.073	.279	1		
Diagnóstico	.419(**)	-.077	.244	.133	-.003	-.089	1	
Examen Conocimientos	.378(**)	.628(**)	.242	.051	-.248	-.433(**)	.277	1

* Correlación significativa a nivel de 0.05 (2 colas).

** Correlación significativa a nivel de 0.01 (2 colas).

En cuanto al grupo E, se observó una tendencia similar con relación a la información del Global. Esta vez existe una correlación negativa entre el género y el promedio de la UABC, y una correlación positiva entre el género y los resultados en el diagnóstico y el examen de conocimientos. También se encontró una correlación negativa entre el promedio de la UABC y resultado en el examen de conocimientos (todas las mencionadas son al nivel de significancia de 0.01). Por otro lado, se da una correlación positiva entre los resultados del diagnóstico y el examen de conocimientos (al nivel de significancia de 0.05). Esto último indica que los mejores resultados en el diagnóstico se correspondieron con mejores resultados en el examen de conocimientos (ver tabla 4.6.).

Tabla 4.6. Correlaciones entre las variables generales y las académicas para el grupo E

Grupo E (21 alumnos)	Género	Tipo Bach	Estad. cursadas	Prom. Bach.	Promedio UABC	Diagnóst.	Examen Conocim.
Género	1						
Tipo Bach.	.369	1					
Estadísticas cursadas	-.082	.046	1				
Promedio de Bachillerato	-.317	.024	-.198	1			
Promedio de UABC	-.622(**)	-.219	-.022	.104	1		
Diagnóstico	.714(**)	.276	-.034	-.105	-.312	1	
Examen Conocimientos	.574(**)	.334	-.198	-.204	-.552(**)	.466(*)	1

* Correlación significativa a nivel de 0.05 (2 colas). ** Correlación significativa a nivel de 0.01 (2 colas).

4.2.1. Diagnóstico

A continuación se presenta el ítem análisis del diagnóstico aplicado y su cotejo con el del pilotaje (en este caso se consideró la población total que ejecutó la prueba). Posteriormente se hace una clasificación por tema, acerca de los conocimientos con que contaban los estudiantes previamente a la intervención. Y, finalmente, un análisis cualitativo con los comentarios del docente y del grupo de discusión del grupo E. Es necesario aclarar que esta evaluación fue anónima y se informó, previamente, a los alumnos que la calificación no contaría para su promedio en la materia.

4.2.1.1. Ítem análisis del diagnóstico

Para el análisis se utilizaron 62 exámenes (38 del turno matutino y 24 del vespertino). Comparado con los resultados del pilotaje (ver tabla 3.10.), en general, el promedio de dificultad y de discriminación se mantuvieron similares; sin embargo, se evidenciaron ocho ítems con discriminación no negativa inferior a 0.20, mínimo que se consideró para que el ítem fuera aceptado (ver tabla 3.11.). Estos valores coincidieron con que los reactivos eran muy difíciles o muy fáciles. En cuanto al nivel de confiabilidad, si bien bajó de 0.76 a 0.59 todavía es mayor a 0.50 (mínimo aceptable) (ver tabla 4.7.).

De acuerdo con los resultados que se exhiben la tabla 4.7., se puede decir que se trata de una prueba de dificultad media (0.52) con:

- ejercicios muy fáciles: 7, 8, 9, 20, 21 (80% o más de respuestas correctas);
- ejercicios fáciles: 1, 2, 5 (entre el 65% y el 80% de respuestas correctas);
- ejercicios de dificultad media: 3, 6, 11, 14, 16, 19, 22 (del 35% al 65% de respuestas correctas);
- ejercicios difíciles: 4, 13, 17, 18 (entre el 20% y el 35% de respuestas correctas), y
- ejercicios muy difíciles: 10, 12 y 15 (20% o menos de respuestas correctas).

Tabla 4.7. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del diagnóstico en el grupo G

Ítem	p	D	Ítem	p	D
1	0.68	0.59	13	0.21	0.18*
2	0.77	0.29	14	0.65	0.24
3	0.45	0.65	15	0.10	0.18*
4	0.24	0.35	16	0.58	0.71
5	0.74	0.47	17	0.34	0.47
6	0.61	0.41	18	0.26	0.24
7	0.87	0.18*	19	0.61	0.53
8	0.84	0.18*	20	0.94	0.12*
9	0.82	0.29	21	0.87	0.29
10	0.08	0.06*	22	0.61	0.53
11	0.48	0.47	23	0.34	0.35
12	0.07	0.00*	24	0.34	0.06*
Promedio	0.52	0.33			
Confiabilidad	0.59				

(*) Discriminación menor a 0.20

4.2.1.2. Comentarios acerca de los conceptos y procedimientos que se evaluaron en el diagnóstico

En este apartado se hacen algunos comentarios acerca de los conceptos que dominan los estudiantes y de los que no, según la organización del examen expuesta en la tabla 3.1. y el análisis de distractores de la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Análisis de distractores del diagnóstico en el grupo G

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rta. Correcta	B	D	B	C	C	B	A	B	A	C	A	B
Porcentajes												
A	3	5	2	5	11	3	87	3	82	8	48	29
B	68	7	45	1	5	61	8	84	2	3	2	7
C	8	5	1	24	74	3	2	3	7	8	42*	44*
D	15	77	15	5	7	27*	0	7	5	26*	5	5
No contestó	7	7	29*	57*	3	5	3	3	5	55*	3	16
Ítem	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Rta. Correcta	A	D	D	C	D	C	A	B	C	B	D	D
Porcentajes												
A	21	11	3	19	7	40*	61	2	2	3	3	39*
B	31*	8	8	10	39*	3	3	94	0	61	7	5
C	7	1	73*	58	0	26	16	3	87	13	39*	11
D	13	65	1	7	34	3	8	0	7	7	34	34
No contestó	29*	7	7	7	21	27*	11	2	5	16	18	11

(*) Las celdas escritas en negrita señalan opciones erróneas o de no respuesta con un porcentaje superior al 25% de elecciones.

Porcentaje: Más del 60% supo calcular un porcentaje, concepto clave para cálculos de frecuencias relativas porcentuales y acumuladas porcentuales. La dificultad se manifestó cuando se pidió emitir un juicio acerca de un aumento y una posterior disminución de precio, en términos de porcentajes (10% de respuestas correctas, ítem 15).

Fracciones: El 87% supo interpretar lo que es una fracción, el 68% lo supo aplicar en un ejercicio.

Operaciones con fracciones: Aproximadamente el 42% (ítem 16) se equivocó al sumar dos fracciones y el 67% (ítem 17), al dividir fracciones (el 39% confundió una división con una multiplicación).

Expresión decimal: No hubo grandes dificultades en operatoria con expresiones decimales (se permitió el uso de calculadora). Sin embargo, cabe destacar que existe un 39% que no supo convertir una fracción en expresión decimal (ítem 22).

Gráficas en los ejes: Los ítems 4, 10 y 12, que evaluaron este concepto, fueron de los más difíciles de la prueba. El 57% no contestó o dijo no saber qué tipo de gráfica se corresponde con una regla de tres directa. El 55% no contestó o dijo no saber qué ejes coordenados tenían errores de escala. En cuanto al ítem 12, no pudieron leer correctamente la información de la gráfica (el 44% no percibió que la información gráfica se refería al total de la población y no, al número de personas que asistían a la escuela).

Recolección de datos: el 42% confundió la expresión “no superar” con la de ser “estrictamente menor”.

Tablas: el ítem 23 reveló dificultad acerca de dónde empezar a contar las filas y las columnas (39%). Hubo otro 28% entre los que confundieron fila con columna, no contestaron o declararon no saber.

Desigualdad numérica: Existe un 27% (ítem 6) que desconoció que no es necesario saber la frecuencia absoluta para establecer un orden, que basta con la frecuencia relativa (cuando es la porción de un mismo total: 1). En el ítem 9 no surgieron

problemas (82% de respuestas correctas). Sí se presentó dificultad para escribir información en forma de desigualdad por intervalo (ítem 13), el 31% interpretó la expresión “está comprendido” con la idea de incluir a los extremos, el 29% dijo no saber o no respondió.

Proporcionalidad directa: No hubo serias dificultades para resolver ejercicios de regla de tres directa (74% contestó correctamente el ítem 5). En cuanto a calcular una incógnita de una proporción (ítem 3), el 45% lo hizo correctamente, el 29% no contestó o dijo no saber, el resto despejó mal o cometió errores de cálculo. En el ítem 18, el 40% respondió que la proporcionalidad directa es equivalente a seguir la *popular* regla “a más, más”.

Conceptos estadísticos básicos: El ítem 24, que evaluó este concepto contó con baja discriminación. La mayor confusión se dio entre las definiciones de dato y variable (39%).

Algunos aspectos interesantes para resaltar son que, en general, los estudiantes manifestaron dificultades en:

- a) El conocimiento y la comprensión de gráficos y/o tablas,
- b) la identificación de errores de escala en los ejes coordenados,
- c) porcentaje a nivel mayor que la aplicación,
- d) operatoria elemental con fracciones y
- e) la adquisición del concepto de proporcionalidad directa (regla de tres directa).

No se dio información acerca de los resultados del diagnóstico al turno matutino. Sí se hizo, en términos generales, al grupo E. El maestro del curso comentó los resultados con los estudiantes y dedicó una clase para revisar algunos conceptos y procedimientos relacionados con operatoria y cálculo de porcentajes.

4.2.1.3. Opiniones de los participantes del Grupo E acerca del diagnóstico

En este apartado se da una breve descripción acerca de cómo percibieron este examen tanto el maestro como los estudiantes, del grupo E. Primeramente, se comenta acerca de la opinión del docente, para después abordar la de los alumnos.

A partir de este examen, el maestro identificó algunas falencias de sus estudiantes, por ejemplo: no tener en claro lo relacionado con gráficas, tablas y la interpretación de un porcentaje en un problema. A continuación se reproduce parte de un correo electrónico como evidencia de lo anterior:

Y sí, ellos dijeron no saber nada de graficas y tablas. [...] En la clase [donde se analizó el diagnóstico] comprobé que la mayor parte del grupo, sí sabe obtener porcentajes, fracciones, desigualdades, etc.; pero no les queda muy claro aún cómo interpretarlo en un problema. (Maestro del grupo E, comunicación personal, 7 de septiembre de 2006).

Por otro lado, pareciera que éste esperaba un diagnóstico con elementos puramente estadísticos y no, bases matemáticas que ayudaran a empezar con los temas básicos de la materia.

Me pareció que el diagnóstico no reflejó lo que es la Estadística, sino bases matemáticas para después entrar de lleno a la Estadística, bases matemáticas [...] de prepa, de secundaria, ¿no? más que un examen diagnóstico en sí de elementos estadísticos. Claro que venían bastantes gráficas y algunos temas, pero... no reflejó mucho lo que es Estadística Descriptiva. (Maestro del grupo E, comunicación personal, 23 de octubre de 2006).

Los estudiantes del grupo E manifestaron en el grupo de discusión (19 de octubre de 2006) que se destinó una clase para revisar conceptos que no parecían claros de acuerdo con el diagnóstico:

Alumno 1: “sí los revisamos. Usamos una clase para revisar todo.”

Alumno 2: “Lo que pasa es que eran anónimos, entonces [el maestro] no podía devolver a cada uno exactamente lo que se sacó...”

Alumno 3: “Sí dijo, en esto se equivocaron muchos...”

Hubo una sola opinión acerca de qué les pareció el diagnóstico, ésta fue favorable; aunque se recalcó que no hubo tiempo suficiente para rever los errores cometidos.

Alumna 4: “Me pareció un buen examen como una introducción. Y... las gráficas no me quedaron muy bien conclusas (...) precisamente porque hubo poco tiempo y ya no hubo oportunidad de preguntar todas las dudas que se tenían.” (Estudiante del grupo E, comunicación personal, 19 de octubre de 2006).

4.2.2. Examen de conocimientos

A continuación, se expone el ítem análisis del examen de conocimientos aplicado en la intervención y su relación con el realizado en el pilotaje. Posteriormente se hace una clasificación por tema, acerca de los conocimientos adquiridos después de su enseñanza. Y, finalmente, un análisis cualitativo de los comentarios del docente y del grupo de discusión, ambos del grupo E.

4.2.2.1. Ítem análisis del examen de conocimientos

Después de los cambios realizados al instrumento, debido a los problemas que se apreciaron con el pilotaje, la prueba mejoró en casi todos sus ítems (ver tablas 3.13. y 4.9.). Los resultados revelan, si se consideran ambos grupos (53 exámenes, de los cuales 22 son del Grupo E), que se trata de un examen de dificultad un poco inferior a la media (0.46), con una buena discriminación general (0.40) y una confiabilidad superior a 0.50. Hubo tres ítems con discriminación positiva inferior a 0.20, el resto superaron ese valor.

Tabla 4.9. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del examen de conocimientos en el grupo G

Ítem	p	D	Ítem	p	D
1	0.55	0.50	11	0.57	0.64
2	0.87	0.36	12	0.34	0.29
3	0.42	0.36	13	0.40	0.36
4	0.15	0.29	14	0.34	0.14*
5	0.34	0.29	15	0.51	0.57
6	0.36	0.64	16	0.19	0.29
7	0.26	0.36	17	0.47	0.57
8	0.11	0.14*	18	0.98	0.07*
9	0.66	0.57	19	0.72	0.64
10	0.15	0.36	20	0.77	0.57
Promedio					
	0.46	0.40			
Confiabilidad					
	0.67				

(*) Índice de discriminación menor a 0.20

De acuerdo con la información que muestra la tabla 4.9., se efectuó una categorización de los ítems según su dificultad:

- Ejercicios muy fáciles: 2, 18 (80% o más de respuestas correctas)
- Ejercicios fáciles: 9, 19, 20 (entre el 65% y el 80% de respuestas correctas).
- Ejercicios de dificultad media: 1, 3, 6, 11, 13, 15, 17 (del 35% al 65% de respuestas correctas)
- Ejercicios difíciles: 5, 7, 12, 14 (entre el 20% y el 35% de respuestas correctas).
- Ejercicios muy difíciles: 4, 8, 10, 16 (20% o menos de respuestas correctas).

4.2.2.2. Comentarios acerca de los conceptos y procedimientos que se evaluaron en el examen de conocimientos

A continuación, se exponen algunos comentarios acerca de los conceptos que los estudiantes dominan y de los que no, según la organización del examen presentada en la tabla 3.4. y el análisis de distractores de la tabla 4.10.

Tabla 4.10. Análisis de distractores del examen de conocimientos en el grupo G

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rta. Correcta	B	D	A	A	C	C	B	D	B	C
Porcentajes										
A	26	0	42	15	11	45	15	15	6	2
B	55	4	15	19	47	15	26	53	66	23
C	6	2	36	17	34	36	6	15	23	15
D	4	87	8	28	4	4	36	11	4	55
No contestó	9	8	0	21	4	0	17	6	2	6
Ítem	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Rta. Correcta	A	D	A	D	B	B	A	D	C	C
Porcentajes										
A	57	13	40	55	40	51	47	0	2	8
B	15	21	6	4	51	19	9	2	2	6
C	2	13	23	6	8	0	17	0	72	77
D	21	34	32	34	2	13	15	98	21	9
No contestó	6	19	0	2	0	17	11	0	4	0

(*) Las celdas escritas en negrita señalan opciones erróneas con un porcentaje superior al 25% de elecciones.

Conceptos estadísticos básicos: El ítem 6 reflejó dificultad en la interpretación de lectura de datos de una tabla (36% de respuestas correctas).

Frecuencia absoluta: En general, no se percibieron dificultades. Los ítems 2 y 18 tuvieron un alto porcentaje de aciertos (87% y 98%, respectivamente). En cuanto al ítem 1, hubo un 26% que confundió los conceptos de variable y valor.

Frecuencia absoluta por intervalo: Con respecto al ítem 10, con un alto índice de dificultad (15% de respuestas correctas), los errores no estuvieron tanto en la identificación de intervalos como en la asociación de la lectura de un polígono de frecuencias acumuladas a una tabla de frecuencias absolutas (55% de elecciones). En el ítem 5, el 47% no consideró que en la elección **b** había datos que pertenecían a dos intervalos simultáneamente.

Frecuencia relativa: En el ítem 7 (de dificultad alta), llama la atención que el 36% interpreta que el mismo porcentaje en actividades diferentes significa ser las mismas personas. En el ítem 8 afloraron problemas acerca de cuál es la mejor opción para hacer un estudio comparativo de dos muestras con las mismas variables, pero con distintos

números de datos. En cuanto al ítem 11, más de la mitad contestó acertadamente (57%), se detectaron errores de interpretación y de cálculo.

Frecuencia acumulada: En la definición de frecuencias acumuladas, el 40% no consideró que para calcular la frecuencia acumulada de un intervalo, la frecuencia de éste debe sumarse también (ítem 15). En el ítem 14, el 55% confunde la expresión “al menos una vez” con “exactamente una vez”. En el ítem 20 no se identificaron dificultades notables, el 77% supo contestar correctamente, es decir, supo relacionar un gráfico de barras de frecuencias absolutas con una pregunta acerca de frecuencias acumuladas.

Gráfica de pastel: El ítem que evalúa los usos de este tipo de gráfica en forma genérica (ítem 17), tuvo un porcentaje de corrección cerca del 50%. En la lectura de una gráfica de pastel de porcentajes para convertir en una frecuencia absoluta (ítem 19) no se revelaron grandes dificultades (72% de respuestas correctas); sin embargo existieron casos (21%) donde se confunden ambos tipos de frecuencias. En el ítem 9, el 66% supo reconocer la gráfica de pastel correspondiente a una tabla de frecuencias absolutas.

Gráfica de barras: Llama la atención que en el ítem 3, el 36% optó por un histograma para graficar datos cualitativos. En el ítem 13 ocurre algo parecido, el 32% eligió polígono de frecuencias acumuladas para graficar el número de adeptos a un deporte.

Histograma: La graficación de un histograma con intervalos de distinta amplitud fue de gran dificultad para los estudiantes (15% de respuestas correctas) y todos los distractores fueron elegidos aproximadamente con los mismos porcentajes; se cree que la dificultad estuvo en no comprender el concepto, más que en errores de cálculo.

Polígono: En el ítem 12 se detectaron dificultades para analizar el porqué de un error en una gráfica (34% de respuestas correctas), todos los distractores fueron elegidos en proporciones similares. En la definición de polígono de frecuencia acumulada (ítem 16), llama la atención que el 51% selecciona “Que en **cada intervalo** la frecuencia crece hasta llegar al *valor total (N)* de datos”. Éste último, fue un ítem de gran dificultad, con un 19% de respuestas correctas.

Algunos aspectos interesantes para resaltar son que, en general, los ítems de conocimiento tienen un índice de dificultad de 0.50 y los de análisis y discusión, de 0.40 o menos; los ítems de comprensión y aplicación recorrieron todos los niveles de dificultad, desde muy fáciles a muy difíciles. De los ocho reactivos destinados a evaluar el concepto general de gráficas, sólo dos superaron el 50%. Otro concepto que parece mostrar dificultades es el de frecuencia absoluta por intervalo, los dos ítems dedicados a evaluarlo, tuvieron menos del 35% de respuestas correctas.

Finalmente, en términos generales, es importante señalar que, en el grupo E, donde se realizó la intervención con una didáctica constructivista, los índices de dificultad resultaron mejores en todos los ítems (salvo en uno), que en el grupo G; es decir que el grupo intervenido tuvo mejor desempeño en el examen que el total considerado (ver tablas 4.9. y 4.11.). Los índices de dificultad por ítem de ambos grupos se correlacionan con un valor de 0.944, a nivel de 0.000 y las diferencias son significativas, también a nivel de 0.000 a favor del grupo E (según la prueba *t-student* en parejas).

Tabla 4.11. Índices de dificultad y discriminación por ítem y confiabilidad del examen de conocimientos en el grupo E

Ítem	p	D	Ítem	p	D
1	0.59	0.00*	11	0.68	0.67
2	1.00	0.00*	12	0.50	0.33
3	0.50	0.67	13	0.41	0.5
4	0.32	0.50	14	0.32	0.33
5	0.50	0.33	15	0.64	0.33
6	0.59	0.50	16	0.32	0.17*
7	0.32	0.33	17	0.82	0.17*
8	0.18	0.33	18	1.00	0.00*
9	0.82	0.50	19	0.91	0.33
10	0.32	0.50	20	0.91	0.00*
Promedio	0.58	0.33			
Confiabilidad	0.55				

(*) Índice de discriminación menor a 0.20

Por otro lado, quienes mejoraron de modo significativo entre el diagnóstico y el examen de conocimientos, fueron la tercera parte del grupo E con inferiores calificaciones en la primera evaluación. Así lo muestra la tabla 4.12.

Tabla 4.12. Grupo E. Correlación y prueba *t-student* de datos en parejas para los grupos de estudiantes con calificaciones más altas y más bajas en el diagnóstico (33% del total en ambos casos)

33% con calificaciones más bajas	n	\bar{x}	s	Correlación signif.	<i>t-student</i> (Pares) signif.
Diagnóstico	7	3.7	0.8	0.456	0.01
Examen de Conocimientos		5.3	1.0		
33% con calificaciones más altas					
Diagnóstico	7	6.8	0.3	0.870**	0.47
Examen de Conocimientos		6.4	1.9		

** Significancia al nivel 0.01

Por otro lado, es conveniente recordar que en el grupo E se dio una correlación positiva al nivel de significancia de 0.05 entre los resultados del diagnóstico y del examen de conocimientos. También, en dicho grupo, se dio un aumento del promedio del examen con respecto al diagnóstico: 5.3 a 5.8; si bien la diferencia (0.5) no fue significativa al aplicar el contraste *t-student* de datos en parejas.

4.2.2.3. Opiniones de los participantes del Grupo E acerca del examen de conocimientos

Las opiniones de los participantes del grupo E acerca del examen de conocimientos se recabaron a través del correo electrónico, la entrevista al maestro y el grupo de discusión con los alumnos. Hubo comentarios encontrados al respecto. Al maestro pareció satisfacerle el tipo de examen y los contenidos que se evaluaron, pues al preguntarle sobre éste, respondió: “En mi opinión, excelente. Quiero decirte que, ahora sí el examen reflejó lo que es Estadística con matemáticas básicas que son (...) indispensables para resolver problemas.” (Maestro del grupo E, comunicación personal, 23 de octubre de 2006).

Después del examen, el mismo día, los estudiantes del grupo E manifestaron en el grupo de discusión ciertas dificultades para dar las respuestas a los ítems. A las preguntas de la investigadora, ellos contestaron:

Estudiante 7: “Estuvo bien, pero hubo un ejercicio... [voz muy baja]”

Investigadora: “¿No te quedó claro?”

Estudiante: “Bueno, más bien la pregunta era clara, pero las respuestas hacían dudar.”

Estudiante 1: “Ese tipo de soluciones siento que no las vimos en clase, o sea...”

Estudiante 2: “¡No, sí, sí las vimos!”

Estudiante 1: “... se pueden entender por lógica.”

Estudiante 4: “Y una que también es difícil y que ya no entendí fue el de los departamentos... [murmullos]”

Estudiantes 5: “Sí, sí, me quedé yo... A ver: ¿son 12 departamentos o son 12 personas o qué?”

Sin embargo, dijeron que la evaluación era reflejo del trabajo en las clases.

Investigadora: “¿Reflejaba lo que habían trabajado en las clases?”

Estudiante 1: “Sí, sí, lo habíamos visto en el cuaderno.”

Y, a la vez, por sus comentarios, se confirmó la apreciación del maestro: no leen o no tienen paciencia para leer.

Estudiante 2: “Podías revisar tus cuadernillos.”

Estudiante 7: “¿Qué? ¿El examen decía eso?”

Estudiante 2: “Sí.” [Risas, bromas].

Una semana después, cuando se les notificó la calificación, el maestro comentó que los estudiantes manifestaron disconformidad y volvieron a opinar, en ese momento calificaron las preguntas del examen como *capciosas*.

Ellos dijeron lo siguiente: que el tipo de pregunta era muy complicada, es decir, las preguntas tenían muchas trabas... tipo capciosas, engañosas, etc. Que si hubieran sido más directas podrían haber contestado correctamente... etc. [...] Otros decían [:] yo contesté esa pregunta correcta pero no vi eso otro, pero el procedimiento estaba bien... (...) Todos opinaron que, es un examen para evaluar que tan capaz eres de contestar preguntas capciosas y no el conocimiento adquirido en clase. (Maestro del grupo E, comunicación personal, 25 de octubre de 2006).

El maestro manifestó que una razón por la cual los estudiantes fracasaron fue por no leer con cuidado los enunciados de los ejercicios; además consideró que todavía tenían falencias matemáticas, aunque hubiesen aprendido los temas de Estadística.

Pero cuando tienen un problema ellos ya no quieren utilizar herramientas básicas de matemáticas. Creo que se bloquean totalmente. Y aparte que no tienen, como te digo, paciencia para leer, no sé si por el tiempo o no. El leer exactamente cada pregunta, creo que ahí están nuevamente fallando en ese aspecto. Quiero decir que no tienen muchos conocimientos matemáticos básicos. Pero, en cuanto a Estadística, yo pienso que sí tienen los conocimientos que adquirieron, saben hacer una frecuencia relativa, acumulada, saben qué significa cada concepto, pero te digo, a la hora de... interpretarlos y resolver problemas, no. (Maestro del grupo E, comunicación personal, 23 de octubre de 2006).

4.2.3. Inasistencias en el grupo E

El maestro del grupo E entregó a la investigadora de este estudio, una lista de asistencias de 22 horas de clase (durante el periodo que duró la didáctica de esta propuesta), de ella se obtuvo una media de 16.1 con una desviación estándar de 3.3. Se detectó una correlación negativa (-0.435) significativa al nivel de 0.05, entre el número de asistencias y el desempeño en el examen. De esto parece desprenderse que los estudiantes con más ausencias obtuvieron mejores calificaciones que los que faltaron en menos ocasiones.

4.3. Actitud hacia la Estadística

A continuación se desarrolla el análisis de actitud hacia la Estadística a través de la escala de actitud de Likert complementada con preguntas semi-abiertas.

4.3.1. Respuestas a la escala de actitud de Likert

La aplicación de la escala de actitud se realizó dos veces, al comenzar la intervención y al finalizar, con el objetivo de explorar si hubo cambios de actitud en los estudiantes y si se correlacionaban con el aprendizaje.

Para el análisis, se convirtieron todos los enunciados de modo que quedaran en actitudes favorables y se reasignaron los valores a las respuestas. Se asignó una escala de 0 a 4 para las respuestas de la siguiente manera: totalmente en desacuerdo (0), en desacuerdo (1), indeciso (2), de acuerdo (3) y totalmente de acuerdo (4). Luego se calculó, para cada estudiante, la suma de todos los puntajes de las actitudes iniciales y por otro lado, las finales; y se buscaron correlaciones y diferencias.

Para el global se hallaron tanto correlaciones como diferencias significativas. Es decir, de la encuesta inicial a la final, los estudiantes conservaron su *ranking* en cuanto a su actitud frente a la Estadística; pero, a la vez, se dieron diferencias significativas, que indican cambios favorables (ver tabla 4.13).

Tabla 4.13. Grupo G. Correlación y prueba *t-student* de datos en parejas para suma de enunciados iniciales y finales de la escala de actitud hacia la Estadística

Actitud hacia la ESTADÍSTICA Suma total	n	\bar{x}	s	%	Correlación signif.	<i>t-student</i> (Pares) Signif.
Inicial	41	53.7	7.9	67.1	0.692**	0.01
Final		56.5	9.0	70.6		

** Correlación significativa a nivel de 0.01 (dos colas)

Para el Grupo E, sucedió algo similar al Global, se dieron correlaciones y diferencias significativas. Es decir, los alumnos conservaron su *ranking* en cuanto a su actitud frente a la Estadística; pero, a la vez, se dieron diferencias significativas de cambios favorables (ver tabla 4.14.).

Tabla 4.14. Grupo E. Correlación y prueba *t-student* de datos en parejas para suma de enunciados iniciales y finales de la escala de actitud hacia la Estadística

Actitud hacia la ESTADÍSTICA Suma total	n	\bar{x}	s	%	Correlación signif.	<i>t-student</i> (Pares) Signif.
Inicial	17	50.9	6.9	63.6	0.522*	0.04
Final		54.5	6.8	68.1		

* Correlación significativa a nivel de 0.05

Posteriormente, se agruparon los ítems según los cuatro indicadores del SATS: afectivo, valorativo, cognitivo y de dificultad. Para ambas encuestas, por cada pregunta, se calcularon promedio, desviación estándar y diferencias porcentuales y se analizó si estas últimas eran significativas.

Según los resultados en el grupo G, en el indicador afectivo, se notaron cambios significativos favorables en cuanto al gusto por la Estadística y al nivel de frustración en los exámenes. Con relación al valor que le dan a la Estadística, el cambio fue desfavorable; significativo para el ítem 3.4, relativo a la importancia de Estadística. Las mayores diferencias favorables aparecen en los indicadores cognitivo y de dificultad, tres en cada caso fueron significativos (ver tabla 4.15.).

Es notable que el valor más elevado se observó en el ítem “Puedo aprender Estadística” con un 92% en las dos ocasiones. Los valores más bajos fueron en dificultad, el 32% acerca de “La Estadística necesita de pocos cálculos” y “La Estadística es poco técnica”, que se mantuvo en las dos encuestas.

Tabla 4.15. Grupo G. Comparativo de actitud hacia la Estadística. Clasificación según indicadores

Grupo G (48 alumnos) Enunciado	Encuesta inicial			Encuesta final			Dif. %	Signif(*)
	\bar{x}	s	%	\bar{x}	s	%		
Afectivo								
3.1. Me gusta la Estadística.	2.6	1.0	65.0	2.9	0.8	72.5	7.5	0.03
3.2. Me siento seguro(a) cuando tengo que resolver problemas estadísticos.	2.3	1.2	57.5	2.5	1.0	62.5	5.0	0.24
3.8. No me siento frustrado(a) en los exámenes de Estadística.	2.7	0.9	67.5	3.1	0.9	77.5	10.0	0.00
3.11. Me siento relajado(a) durante las clases de Estadística.	2.8	0.9	70.0	2.8	1.1	70.0	0.0	0.90
3.14. Me siento sin miedo hacia la Estadística.	3.2	0.9	80.0	3.3	0.8	82.5	2.5	0.61
SUMA DE PROMEDIOS	13.6			14.6			5.0	
Valorativo								
3.4. La Estadística es importante.	3.5	0.6	87.5	3.3	0.7	82.5	-5.0	0.03
3.7. La Estadística es útil para mi vida como profesionista.	3.2	1.2	80.0	3.0	1.3	75.0	-5.0	0.38
3.9. El pensamiento estadístico es aplicable en mi vida, fuera de mi ámbito laboral.	3.3	0.8	82.5	3.2	1.1	80.0	-2.5	0.74
3.10. Uso la Estadística en mi vida diaria.	2.8	1.0	70.0	2.8	0.9	70.0	0.0	1.00
SUMA DE PROMEDIOS	12.8			12.3			-3.1	
Cognitivo								
3.3. Entiendo las fórmulas estadísticas.	2.4	0.9	60.0	2.9	0.8	72.5	12.5	0.00
3.6. Tengo idea acerca de qué trata la Estadística.	3.3	0.8	82.5	3.5	0.7	87.5	5.0	0.10
3.13. Cometo pocos errores matemáticos cuando hago estadísticas.	2.5	0.9	62.5	2.8	0.8	70.0	7.5	0.05
3.16. Puedo aprender Estadística.	3.7	0.7	92.5	3.7	0.5	92.5	0.0	0.50
3.18. Es fácil para mí entender los conceptos estadísticos.	2.9	0.9	72.5	2.9	0.9	72.5	0.0	0.80
3.20. Entiendo las ecuaciones estadísticas.	2.4	0.9	60.0	3.0	0.7	75.0	15.0	0.00
SUMA DE PROMEDIOS	17.2			18.8			6.7	
Dificultad								
3.5. La Estadística no es una materia complicada.	2.5	0.9	62.5	2.8	0.8	70.0	7.5	0.02
3.12. No se necesita mucha disciplina para aprender Estadística.	1.9	1.0	47.5	2.4	1.1	60.0	12.5	0.01
3.15. La Estadística necesita de pocos cálculos.	1.5	1.0	37.5	1.5	1.0	37.5	0.0	1.00
3.17. La Estadística es poco técnica.	1.5	0.7	37.5	1.5	1.0	37.5	0.0	0.76
3.19. Considero que no debo aprender una nueva forma de pensar para poder hacer Estadística.	2.1	1.1	52.5	2.6	1.1	65.0	12.5	0.02
SUMA DE PROMEDIOS	9.5			10.8			6.5	

* Los valores en negritas expresan un nivel de significancia de 0.05.

En el Grupo E se dieron cinco cambios significativos (todos favorables). En el indicador afectivo, fue el aumento del gusto por la Estadística, inicialmente 4 optaron por no, 6 se mostraron indecisos y 9 dijeron que sí, y en la segunda oportunidad, 4 dijeron que no, 2 no supieron y 15 se decidieron por sí. Dos cambios fueron en el indicador cognitivo y los dos restantes en dificultad. Por otro lado, se produjo un único cambio negativo (no significativo), éste fue en el indicador valorativo (ver tabla 4.16.).

Al igual que el G, el valor más alto fue en “Puedo aprender Estadística”, 92.5% en ambas ocasiones. El valor más bajo se dio en la encuesta inicial para “La Estadística es poco técnica” con 37.5%, que descendió en la segunda oportunidad a 35%. Sin embargo la expresión “La Estadística necesita de pocos cálculos”, si bien obtuvo un porcentaje bajo, subió de 40% a 45%.

Tabla 4.16. Grupo E. Comparativo de actitud hacia la Estadística. Clasificación según indicadores

Grupo E (21 alumnos) Enunciado	Encuesta inicial			Encuesta final			Dif. %	Signif(*)
	\bar{x}	s	%	\bar{x}	s	%		
Afectivo								
3.1. Me gusta la Estadística.	2.3	1.1	57.5	2.8	1.0	70.0	12.5	0.01
3.2. Me siento seguro(a) cuando tengo que resolver problemas estadísticos.	2.2	1.3	55.0	2.5	1.1	62.5	7.5	0.19
3.8. No me siento frustrado(a) en los exámenes de Estadística.	2.6	0.9	65.0	3.0	0.9	75.0	10.0	0.17
3.11. Me siento relajado(a) durante las clases de Estadística.	2.7	0.9	67.5	2.5	1.1	62.5	-5.0	0.34
3.14. Me siento sin miedo hacia la Estadística.	3.0	1.1	75.0	3.3	0.8	82.5	7.5	0.23
SUMA DE PROMEDIOS	12.8			14.1			6.5	
Valorativo								
3.4. La Estadística es importante.	3.5	0.5	87.5	3.3	0.5	82.5	-5.0	0.33
3.7. La Estadística es útil para mi vida como profesionista.	3.1	1.3	77.5	2.8	1.4	70.0	-7.5	0.45
3.9. El pensamiento estadístico es aplicable en mi vida, fuera de mi ámbito laboral.	3.2	0.8	80.0	3.0	1.3	75.0	-5.0	0.61
3.10. Uso la Estadística en mi vida diaria.	2.6	0.9	65.0	2.7	0.8	67.5	2.5	0.55
SUMA DE PROMEDIOS	12.4			11.8			-3.8	
Cognitivo								
3.3. Entiendo las fórmulas estadísticas.	2.3	1.1	57.5	2.8	0.9	70.0	12.5	0.04
3.6. Tengo idea acerca de qué trata la Estadística.	3.1	1.0	77.5	3.5	0.8	87.5	10.0	0.10
3.13. Cometo pocos errores matemáticos cuando hago estadísticas.	2.6	1.0	65.0	2.7	0.8	67.5	2.5	0.83
3.16. Puedo aprender Estadística.	3.7	0.9	92.5	3.7	0.5	92.5	0.0	1.00
3.18. Es fácil para mí entender los conceptos estadísticos.	2.5	0.9	62.5	2.8	0.9	70.0	7.5	0.23
3.20. Entiendo las ecuaciones estadísticas.	2.1	0.8	52.5	2.8	0.8	70.0	17.5	0.01
SUMA DE PROMEDIOS	16.3			18.3			8.3	
Dificultad								
3.5. La Estadística no es una materia complicada.	2.4	0.9	60.0	2.7	0.9	67.5	7.5	0.35
3.12. No se necesita mucha disciplina para aprender Estadística.	1.8	1.1	45.0	2.4	1.2	60.0	15.0	0.04
3.15. La Estadística necesita de pocos cálculos.	1.6	1.2	40.0	1.8	1.0	45.0	5.0	0.43
3.17. La Estadística es poco técnica.	1.5	0.6	37.5	1.4	0.9	35.0	-2.5	0.38
3.19. Considero que no debo aprender una nueva forma de pensar para poder hacer Estadística.	1.9	1.2	47.5	2.6	1.1	65.0	17.5	0.05
SUMA DE PROMEDIOS	9.2			10.9			8.5	

(*) Los valores en negritas expresan un nivel de significancia de 0.05.

Posteriormente, se buscó qué diferencias existían entre los desempeños en ambos exámenes (diagnóstico y examen de conocimientos), con relación a la actitud hacia la Estadística. Para ello se hizo un análisis de extremos, se consideró alrededor del 25% de los estudiantes de mejor actitud y el mismo porcentaje de los de peor actitud y se los comparó con sus desempeños en la materia.

Para el Global, en el diagnóstico los desempeños de los estudiantes con mejor actitud fueron superiores a los otros (de 5.0 a 5.7), mientras que en el examen de conocimientos se dio al revés (de 4.2 a 3.9); sin embargo, en ninguno de los dos casos esas diferencias fueron significativas (ver tabla 4.17.).

Tabla 4.17. Grupo G. Comparativo de actitud hacia la Estadística en relación con los desempeños

Actitud hacia la ESTADÍSTICA Todos los enunciados		n	\bar{x}	s	<i>t-student</i> signif.
Diagnóstico	~25% datos nivel inferior	11	5.0	1.5	0.28
	~25% datos nivel superior	11	5.7	1.5	
Examen Conocimientos	~25% datos nivel inferior	11	4.2	1.4	0.54
	~25% datos nivel superior	11	3.9	1.0	

En el Grupo E, en el diagnóstico no hubo cambios, en el examen de conocimientos, las calificaciones de aquellos estudiantes con mejor actitud fueron superiores; sin embargo esa diferencia no fue significativa de acuerdo con la prueba *t-student* de a pares. (ver tabla 4.18.).

Tabla 4.18. Grupo E. Comparativo de actitud hacia la Estadística en relación con los desempeños

Actitud hacia la ESTADÍSTICA Todos los enunciados		n	\bar{x}	s	<i>t-student</i> signif.
Diagnóstico	~25% datos nivel inferior	7	5.4	1.7	0.95
	~25% datos nivel superior	5	5.4	1.3	
Examen Conocimientos	~25% datos nivel inferior	5	4.9	0.7	0.21
	~25% datos nivel superior	6	6.3	2.2	

En apartados anteriores se discutió acerca de la relación entre el género y los desempeños, por lo tanto resulta interesante analizar si existen diferencias de actitud hacia la Estadística entre hombres y mujeres. Según los resultados, en el grupo G la actitud en las mujeres es mejor que en los hombres y en la encuesta inicial esta diferencia es significativa; ambos muestran un cambio positivo de actitud, superior en

los hombres, tanto que casi se emparejan con las mujeres (ver tabla 4.19.). En el grupo E ocurre algo parecido, sólo que en la encuesta final las mujeres permanecen estables y los hombres las superan (en este grupo no hubo diferencias significativas de género) (ver tabla 4.20.). Las diferencias de actitud, de la encuesta final con respecto a la inicial, en el género masculino fueron significativas al nivel de 0.001 en ambos grupos (según la prueba *t-student* para datos en parejas).

Tabla 4.19. Cambios de actitud hacia la Estadística, por género, en el grupo G

Grupo G		n	\bar{x}	s	Difer.
Suma Actitud inicial	femenino	31	55.5	7.6	0.008*
	masculino	14	48.8	7.6	
Suma Actitud final	femenino	32	56.6	9.1	0.718
	masculino	11	55.5	9.6	

* Significancia al nivel de 0.01.

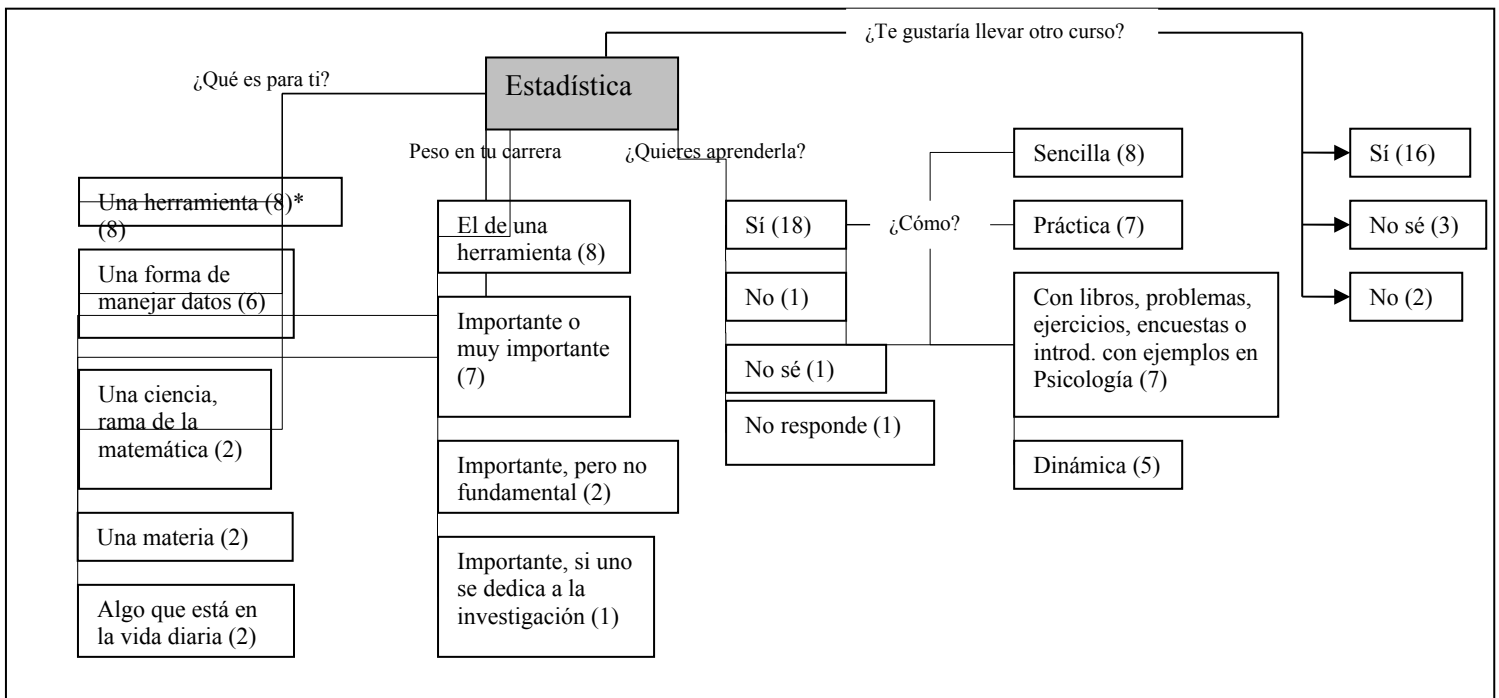
Tabla 4.20. Cambios de actitud hacia la Estadística, por género, en el grupo E

Grupo E		n	\bar{x}	s	Difer.
Suma Actitud inicial	femenino	12	52.9	7.0	0.109
	masculino	07	47.3	6.9	
Suma Actitud final	femenino	13	52.8	7.6	0.223
	masculino	06	57.3	6.1	

4.3.2. Respuestas al cuestionario aplicado a los participantes del Grupo E acerca su actitud hacia la Estadística

De acuerdo con la información obtenida de las preguntas auxiliares que se hicieron a 21 de los estudiantes del grupo E se construyó un diagrama acerca de su visión de la Estadística, la importancia en su profesión, su interés por aprenderla, la forma en que lo quieren hacer y si les gustaría continuar estudiándola (ver figura 4.1).

Figura 4.1. Respuestas a las preguntas adicionales de actitud hacia la Estadística – Grupo E



(*) Los números entre paréntesis indican la frecuencia de la respuesta.

Otro aspecto interesante, fue identificar si los estudiantes perciben la existencia de un razonamiento estadístico, de acuerdo con lo que afirma Garfield (2002, 2003) acerca de que es necesario que los alumnos desarrollen este pensamiento. Según las respuestas de los estudiantes a la pregunta: ¿Crees que existe un razonamiento propiamente estadístico?, 14 optan por sí, 6 dicen no saber y uno afirma que no existe.

Dentro de los comentarios adicionales se pueden destacar que hubo estudiantes que:

- Mencionaron a la Matemática (o a los números) como una barrera para poder aprender Estadística. Así por ejemplo: “no me gustan los números”, “no soy

aplicado a las matemáticas”, “no tengo bases matemáticas y eso hace que se me dificulte”.

- Expresaron su disgusto por la materia en sí o por la teoría: “no me gusta” (4 opiniones), “no me gusta la teoría”, “me falta motivarme”, “de parte de algunos compañeros no hubo como mucho empeño, hubo así muchas faltas. Tomaban la clase como que ahhhjjj! Muchas veces, por lo mismo, la materia no se presta, como la matemática...” (este último fue tomado del grupo de discusión):
- Manifestaron su agrado: “me gusta” (2 opiniones).
- Se manifestaron acerca de la experiencia, en particular. Hubo opiniones negativas: “Esta vez se me revolvió todo lo que sabía y se me hizo más difícil”, “Este curso se me hizo difícil de aprender y de entender”; y también positivas: “Me agrada un poco más, ya que este curso no se me hizo pesado y fue fácil de entender”, “Aprendí una nueva forma de manejar la Estadística, nuevos conceptos con diferente aplicación, un reto aprenderla desde otra perspectiva”, “Me sirve tanto en la vida diaria, aunque ni siquiera lo note”, “Creo que lo que aprendí me servirá”, “La manera en que la he aprendido en clase me ha ayudado a que se me facilite entenderla, realizarla y saber cuándo es incorrecta la información o es engañosa”.

4.4. Evaluación de la experiencia

La intervención fue evaluada por sus participantes a través de una encuesta de opinión, una entrevista al maestro de la clase y un grupo de discusión con 8 de los estudiantes del conjunto E. A continuación se detallan los resultados de la aplicación de los tres instrumentos.

4.4.1. Acerca de la escala sobre la percepción general de la experiencia

Una de las formas en que se evaluó la didáctica utilizada, fue a través de una escala de opinión a los estudiantes. Si bien esta encuesta incluyó 52 ítems en escala de Likert de cinco elecciones que van desde “en total desacuerdo” a “totalmente de acuerdo”, sólo se consideraron 48. Las cuatro preguntas restantes pretendían evaluar la resolución de un

problema final que no se pudo concretar debido a que los tiempos para el desarrollo del programa no lo hicieron posible.

Los indicadores evaluados son: aprendizaje, aspectos generales del cuaderno didáctico (mapa conceptual, glosario, conceptos y procedimientos, ejemplos, ejercicios, otras fuentes de información), rol del maestro e interacción entre los estudiantes. Al igual que con la escala de actitud, se convirtieron todos los enunciados para que quedasen enunciados favorables y se reasignaron los valores a las respuestas. Se asignó una escala de 0 a 4 para las respuestas de la siguiente manera: totalmente en desacuerdo (0), en desacuerdo (1), indeciso (2), de acuerdo (3) y totalmente de acuerdo (4).

Los resultados de la encuesta, según los datos que muestra la tabla 4.21., otorgaron una calificación general de la didáctica de 72.5 (expresado en porcentajes). Este resultado es coherente con los del indicador de aprendizaje. Los indicadores con puntaje más altos fueron el de los ejemplos y el rol del docente, ambos con 80. El peor fue el mapa conceptual, con 60.

Si se considera como “totalmente de acuerdo” y “de acuerdo” como respuestas afirmativas, “totalmente en desacuerdo” y “en desacuerdo” como respuestas negativas a si aprendieron Estadística durante esta experiencia, 16 de los estudiantes dijeron haber aprendido, 2 afirmaron no haberlo hecho y 3 se manifestaron indecisos; es decir, algo más del 75% reconoció haber aprendido Estadística como resultado de la intervención.

Tabla 4.21. Opinión de los estudiantes del grupo E acerca de la experiencia –
Enunciados positivos

Indicadores – Enunciado	\bar{x}	s	%
Aprendizaje			
El aprendizaje que he logrado en esta experiencia es de buena calidad.	2.9	0.9	72.5
Considero que aprendí Estadística en este curso*	2.8	0.9	70.0
El aprendizaje obtenido con esta experiencia me ha sido útil.	2.9	0.7	72.5
PROMEDIO	2.9		72.5
Cuaderno			
El cuaderno del estudiante me pareció claro.	2.4	1.0	60.0
Considero que el cuaderno del estudiante está bien organizado.	2.6	1.0	65.0
Considero que los contenidos del cuaderno del estudiante fueron tratados con profundidad.	2.8	0.7	70.0
Considero que el material presentado en el cuaderno fue innovador.	2.6	0.7	65.0
Leí el cuaderno del estudiante*	3.2	0.9	80.0
Considero que el cuaderno fue útil para mi aprendizaje*	3.0	0.6	75.0
Creo que el cuaderno estaba completo*	2.4	0.7	60.0
PROMEDIO	2.7		67.5
Mapa conceptual			
Consulté el mapa conceptual.	2.1	1.4	52.5
El mapa conceptual del cuaderno me pareció claro.	2.5	0.8	62.5
El mapa conceptual del cuaderno me pareció completo.	2.5	0.8	62.5
El mapa conceptual del cuaderno me resultó útil para situar mi aprendizaje.	2.3	1.0	57.5
PROMEDIO	2.4		60.0
Glosario			
El glosario me pareció útil.	3.0	1.3	75.0
El glosario me pareció completo.	2.7	1.1	67.5
El glosario me pareció claro.	2.9	1.1	72.5
Consulté el glosario.	2.9	1.4	72.5
PROMEDIO	2.9		72.5
Conceptos y procedimientos			
Las definiciones de los conceptos que se dieron en el cuaderno me parecieron claras.	3.0	0.5	75.0
Los procedimientos que se presentaron en el cuaderno me parecieron claros.	2.7	0.8	67.5
PROMEDIO	2.9		72.5
Ejemplos			
Leí los ejemplos.	3.3	0.6	82.5
Los ejemplos del cuaderno me parecieron claros.	3.0	0.9	75.0
Los ejemplos del cuaderno me parecieron suficientes.	3.0	0.8	75.0
Los ejemplos del cuaderno me parecieron interesantes.	3.0	0.6	75.0
Los ejemplos me parecieron útiles.	3.6	0.5	90.0
PROMEDIO	3.2		80.0
Ejercicios			
Resolví los ejercicios.	3.3	1.1	82.5
Los ejercicios del cuaderno me parecieron interesantes.	3.2	0.5	80.0
Los ejercicios del cuaderno me parecieron claros.	3.0	0.7	75.0
Los ejercicios del cuaderno me parecieron suficientes.	2.5	1.0	62.5
Los ejercicios me resultaron fáciles de resolver.	3.1	0.6	77.5
Los ejercicios me parecieron útiles.	3.3	0.6	82.5
PROMEDIO	3.1		77.5
Otras fuentes de información			
Las fuentes de información me parecieron de buena calidad.	2.7	0.9	67.5
Las fuentes de información fueron suficientes.	2.8	0.9	70.0
Consulté las fuentes de información que me sugirieron en el cuaderno.	2.1	1.7	52.5
Las fuentes de información me resultaron útiles para mi aprendizaje.	2.4	0.9	60.0
PROMEDIO	2.5		62.5

Tabla 4.21. Opinión de los estudiantes del grupo E acerca de la experiencia –
Enunciados positivos (continuación)

Rol del maestro			
Las exposiciones del maestro me parecieron claras.	2.6	1.0	65.0
La participación del maestro en esta experiencia me pareció importante.	3.1	0.6	77.5
Hubo buena comunicación entre maestro y alumnos.	3.0	0.6	75.0
El maestro conocía los temas que se trataron.	3.5	0.6	87.5
El maestro utilizó el cuaderno del estudiante para el desarrollo de sus clases.	3.9	0.3	97.5
El maestro fue accesible a mis preguntas.	3.7	0.5	92.5
Las respuestas del maestro a mis preguntas me satisficieron.	3.1	0.9	77.5
Mi maestro me dio ideas para resolver los ejercicios.	3.4	0.5	85.0
Mi maestro me ayudó a resolver ejercicios que, solo(a) no hubiera podido hacer.	2.9	1.0	72.5
PROMEDIO	3.2		80.0
Interacción entre estudiantes			
La interacción, en general, con mis compañeros en las clases fue importante para mi aprendizaje.	2.7	1.1	67.5
La interacción con mis compañeros de grupo en la resolución del problema fue enriquecedora.	3.0	0.8	75.0
El trabajo en grupo fue necesario para mi aprendizaje.	2.3	1.4	57.5
Mis compañeros me ayudaron a resolver ejercicios que, solo(a), no hubiera podido hacer.	2.4	1.5	60.0
PROMEDIO	2.6		65.0
CALIFICACIÓN DE LA DIDÁCTICA	2.9		72.5

(*) Los enunciados con asterisco no se aplicaron con la encuesta general, se agregaron en una segunda oportunidad.

Interacción estudiante – cuaderno didáctico Se analizó el indicador cuaderno del estudiante en general (7 ítems) y también aspectos de dicho indicador, por separado: mapa conceptual, glosario, ejemplos, ejercicios, bibliografía, conceptos y procedimientos. En promedio, todos ellos fueron más útiles que claros y más claros que completos. Los más útiles, fueron los ejemplos y luego, los ejercicios; lo menos claro y completo, el mapa conceptual. La bibliografía fue lo menos útil. Por otro lado, los conceptos parecieron estar más claros que los procedimientos (ver tabla 4.21.). Tampoco se puede dejar de considerar que el mapa conceptual y la bibliografía dicen haber sido consultados en un porcentaje del 52.5%. 8 de 21 (38%) de los estudiantes consultados no están de acuerdo con la opción “consulté el mapa conceptual” y 9 de 20 (45%) no estuvieron de acuerdo con la opción “consulté otras fuentes de información”.

En cuanto a los ítems de consulta a fuentes escritas, pareciera que los estudiantes manifestaron poco interés en el mapa conceptual y en fuentes bibliográficas. Por el contrario, sí les interesó más: el cuaderno en general, los ejemplos y consultar el glosario. El promedio de consulta fue de 68% (ver tabla 4.22). Por otro lado, el ítem de resolución de ejercicios obtuvo un puntaje mayor: 82.5% (ver tabla 4.21.).

Tabla 4.22. Análisis del indicador cuaderno del estudiante y algunos de sus aspectos

Indicador	Consulta	Utilidad	Suficiencia completitud	Claridad
Aprendizaje	-	72.5	70.0	-
Cuaderno	80.0	75.0	60.0	60.0
Mapa conceptual	52.5	62.5	62.5	57.5
Glosario	72.5	75.0	67.5	72.5
Ejemplos	82.5	90.0	75.0	75.0
Ejercicios	-	82.5	62.5	75.0
Bibliografía	52.5	60.0	70.0	-
Conceptos	-	-	-	75.0
Procedimientos	-	-	-	67.5
PROMEDIO	68.0	73.9	66.8	68.9

Interacciones: maestro – estudiantes y estudiantes – estudiantes Según la lectura de la tabla 4.21., el rol del maestro fue calificado con uno de los promedios más altos (80%). Los estudiantes aseguraron que el docente utilizó el cuaderno del estudiante para el desarrollo de sus clases (97.5%). En general, de la lectura de los datos se infiere que el maestro fue accesible y conocía los temas de la materia. Los alumnos consideraron, con un puntaje de 77.5%, que el maestro fue importante para la enseñanza, que dio ideas para resolver los ejercicios (85%) y su intervención fue necesaria para resolver algunas actividades (72.5%). La interacción entre estudiantes fue evaluada con el 65%, quince menos que al maestro. De lo anterior se infiere que el trabajo en grupo no fue considerado tan necesario para el aprendizaje (calificación: 57.5%).

4.4.2. Acerca de la entrevista

A continuación se expone una breve descripción de la entrevista al maestro, sus opiniones y los comentarios que se desprenden de las mismas (ver tabla 4.23.).

Tabla 4.23. Opiniones y comentarios de la entrevista al maestro del grupo E

Comentarios	Citas
Acerca de su actitud	
Manifestó gusto por la Estadística, especialmente por los métodos estadísticos más avanzados.	“Tengo bastantes conocimientos, me refiero a técnicos más que nada [...] métodos estadísticos más avanzados, especiales, muy especiales, eso me gusta.”
Manifestó tener una formación estadística sólida.	“No soy de formación matemática; pero sí tengo muchas herramientas y muchas bases matemáticas para llevar a cabo técnicas estadísticas.”
Dijo que la Estadística es una herramienta tanto para la vida y como para la investigación.	“[La Estadística] es una herramienta, que utilizamos para... hasta en la vida diaria (...) en cuestiones de investigación pues es una herramienta indispensable, cuantitativamente hablando.”
Afirmó que la materia es importante para los psicólogos.	“[Para] mis estudiantes, como están formándose para psicólogos, (...) Estadística descriptiva es una herramienta útil, en cuanto a que están aprendiendo a hacer gráficas y tablas, pues eso es importante para una presentación de trabajos de investigación”.
Mostró ser abierto al desarrollo de la experiencia, tanto en la práctica como con palabras.	“A mí me parece enriquecedor, quiero decirte que yo nunca me negaré a la gente que tenga diferentes formas de trabajar porque yo aprendo también, para mí es enriquecedor, útil como (...) docente.”
Acerca de la experiencia	
Opinó positivamente.	“me pareció muy bien la forma en que estuvo organizado todo, y cómo se planteó todo”
Se expresó a favor de ampliar los materiales a otras unidades de la materia.	“sería muy útil tener otro tipo de cuadernillo, con otras unidades (...) como medidas de tendencia central y de variabilidad. [...] Aparte que es un enfoque (...) [no] nada más se está enseñando Estadística, sino que estás aprendiendo a utilizar varias herramientas básicas como, repito, matemáticas básicas. Que en la vida diaria las trabajas, pero a la hora de plantearlos como problemas se les dificulta.”
Visión del maestro acerca de los alumnos	
Algunos interesados, muy faltadores.	“no sé qué pasa en esta generación, pero... faltan mucho, (...) si no faltan, llegan tarde, tardísimo, pero... sí hay un grupito que está interesado.”
Poco pacientes para leer con cuidado.	“tener un problema, en sí no lo entienden muy bien; (...) no son pacientes en leer con cuidado qué se les está pidiendo, sino que ellos tienen en mente la técnica que aprendieron, el procedimiento y se van con eso sin entender que tienes que comprender lo que te está diciendo el problema.”
Conocedores de las técnicas, pero con dificultades para interpretar.	“Claro que se les hace fácil esto de graficar, hicieron muy bien las gráficas; pero a la hora de interpretarlas es el problema. Y de las tablas pueden obtener conclusiones sencillas: máximos, mínimos; pero cuando se les pide resolver un problemita: calcular el 50% de tal cosa... ahí empiezan a fallar”.
Olvidados de las matemáticas básicas.	“las matemáticas básicas, como que se les hacía..., no es que desconocieran totalmente eso; pero lo que pasa es que, como me dicen algunos: ‘ya no nos acordamos de esas cosas y tenemos que volver a recordar y para poder, ahora sí que entender’; pero en cuanto a lo que es la Estadística Descriptiva, creo que lo tomaron y lo entendieron muy bien.”
Cuaderno didáctico del estudiante	
Le pareció un material bien elaborado.	“tiene bastantes elementos y ejercicios para trabajar. Y claro que es muy enriquecedor, aparte de los libros, porque estuvo muy bien llevado a cabo, quiero decirte (...) las definiciones precisadas, el procedimiento, los ejemplos, todo, todo, me pareció bueno como para tener otra opción, no la del maestro nada más.”
Práctico y útil.	“Claro que me pareció adecuado el tipo de trabajo, tener ya documentado, resumido y tenerlos ahí a la mano, (...) utilizamos todo el cuaderno (...) y lo vimos, como dicen por ahí mis estudiantes, muy lentamente.” “Fue muy útil el cuadernillo”.

Tabla 4.23. Opiniones y comentarios de la entrevista al maestro del grupo E (continuación)

Buen número de ejercicios y elaborados con cuidado.	<p>“con un cuadernillo con <i>muchos</i> [cursivas nuestras] ejercicios, muy bien, esos ejercicios estuvieron como muy bien pensados, te hacían trabajar, es decir te hacían utilizar muchas cosas.”</p> <p>“I: ¿Hubieses puesto más ejercicios o menos?”</p> <p>M: [...] claro que sí para que ellos se los lleven a casa; [...] pero no tenemos el tiempo para estar revisando a cada uno”.</p>
Buena y útil la idea de los ejemplos.	<p>“Nos pareció excelente terminar el tema y luego tener el ejemplo ahí. Quiero decirte que entender lo que es el concepto, la definición (...) y luego tener un ejemplo ahí, paso a paso, (...) y después tener los ejercicios para trabajarlos en el salón, también.”</p>
Poco práctica la ubicación de los ejemplos.	<p>“Lo que [a] ellos no les gustó, creo que (...) es parte (...) de la organización, el estar buscando las tablas, creo que eso (...) no los motivó mucho porque teníamos que estar volviendo a tablas, muy, muy atrás. [...] Les habría gustado que estuviera la tabla ahí a la mano, ahí a la vista.”</p>
Guía de apoyo al docente	
Útil y necesaria.	<p>“Sí me pareció importante saber cuál es el rol de uno, qué es lo que uno tiene que hacer y cómo llevar a cabo cada paso de lo que nos estás planteando en el cuadernillo”</p>
Incompleta.	<p>“obviamente estaba más completo lo del alumno, ¿verdad?”</p> <p>“Me pareció (...) que no está muy completo. Quiero decir que fue como un resumen, nada más.”</p>
Interacción en el aula	
Manifestó que hubo colaboración entre los estudiantes y disposición a la enseñanza mutua, especialmente en los trabajos grupales.	<p>“primeramente empezamos formando equipos y cuando era trabajos por equipos, (...) todos se ayudaban, ¿no? Equipos con otros equipos, sí, hubo muy buena relación.”</p> <p>“se ayudaban, claro que sí. algunos les enseñaban a otros”.</p> <p>“Había gente dispuesta a enseñar a otros.”</p>
Consideró importante combinar el trabajo grupal con el individual para estimular el esfuerzo personal.	<p>“Pero a mí me pareció mucho mejor, después, cambiar un poco la técnica y que trabajaran los ejercicios individuales.”</p> <p>“Claro que se podían estar (...) preguntando entre ellos, pero sí quería ver el esfuerzo de cada uno. Porque siempre sucede que con equipos sólo unos cuantos trabajan y los demás, no.”</p>

4.4.3. Acerca del grupo de discusión

En este apartado se realiza una breve descripción del grupo de discusión: las opiniones de los estudiantes del grupo E y comentarios que se desprenden de las mismas (ver tabla 4.24.).

Tabla 4.24. Opiniones y comentarios del grupo de discusión efectuado con estudiantes del grupo E

Comentario	Citas
Acerca de la experiencia	
En general, opinaron que la experiencia estuvo buena.	<p>“Pienso que en general está muy bien trabajada la materia.”</p> <p>“Pues yo voy a considerar que es un material muy completo.”</p> <p>“A mí, incluso, me pareció genial, está muy bueno.”</p>
Cuaderno didáctico del estudiante	
Les pareció sencillo y bien explicado.	<p>“A1: Para mí está bien, me pareció sencillo...Y a muchos de mis compañeros noté que se les hizo más sencillo.</p> <p>A2: Venía bien explicado, venía punto por punto todo lo que íbamos utilizando.”</p>
Útil para aprender de modo autodidacta.	<p>“Para mí se me hizo bien fácil, de hecho casi no venía a las clases; pero tenía el libro y lo hojeaba [...] el libro te está diciendo que hagas y te pone los ejemplos y no se necesita más que leerlos, ponerte a analizarlos.”</p>
Los ejemplos, para algunos muy bien; para otros, muy parecidos.	<p>“Está muy bien, muy claros los ejemplos, muy bien explicados.”</p> <p>“[Los ejemplos] venían muy parecidos...”</p>
Aspecto negativo: regresar a ejemplos anteriores para conceptos nuevos.	<p>“Lo único que yo batallé, bueno, como varios compañeros, creo, era que tenías que regresarte a las tablas, los histogramas...”</p> <p>“Sí, un poquito lo que decía él, había que ir combinando entre varias páginas; sí, de repente nos revolvía.”</p>
Hubo quien se quejó de demasiada explicación.	<p>“Como que tenía mucha explicación primero, antes de empezar ya sobre los ejercicios, pues. Casi era la mitad lo que explicaba.”</p>
<p>Hicieron sugerencias para mejorar el cuaderno:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Todos coincidieron en solicitar más ejercicios, más práctica. • Obviar ejemplos, poner distintos o uno más general. • Agrupar y construir más tablas. 	<p>“Obviar ejemplos.”</p> <p>“Más ejercicios [todos asintieron y reforzaron la idea].”</p> <p>“Más práctica, a mí se me hizo muy teórica. La mayor parte del tiempo que tomábamos en la clase, en teoría, si los hubiéramos hecho en práctica, a mi forma de ver lo hubiéramos hecho más rápido y hubiéramos aprendido mejor.”</p> <p>“Yo digo que nos faltó hacer tablas, aprender a agrupar, porque en eso tuvimos muchos errores, al menos en el examen que nos pusieron, tuvimos muchos errores.”</p> <p>“Pondría ejemplos diferentes.”</p> <p>“Sacaría [ejemplos] porque son demasiados para mí. O poner un ejemplo general.”</p> <p>“Dar muchos, muchos ejercicios, para que... en uno de esos se van a equivocar y ya van a ver por qué se equivocaron.”</p> <p>“Se me hace más [que] es como las matemáticas: por repetición, estar práctica y práctica hasta que se nos pega.”</p>

Tabla 4.24. Opiniones y comentarios del grupo de discusión efectuado con estudiantes del grupo E (continuación)

Interacción en el aula	
Un estudiante reconoció que también algunas fallas pudieron deberse a la falta de compromiso de los estudiantes con la materia.	“La maestra tiene buena actitud (...) domina bien la materia, los errores eran más bien de nosotros, no habernos comprometido suficiente, no haber preguntado en el momento, o haber faltado, o no hacer la tarea.”
Manifestaron necesidad de pasar al pizarrón, aunque reconocieron que el tiempo lo restringía.	“- A mí me pasó como que faltaba participación más de todos, [...] que todos hagan este ejercicio y póngelo a analizar o pasen al pizarrón y velo haciendo... - No, a mí me llegó pasar al pizarrón. - Muchas veces pasábamos, pero ya era antes de que todos terminaran - Pero (...) sí, era por cuestión de tiempo.”
Como crítica, expresaron que la lentitud en el desarrollo de las clases los afectó.	“Estaba claro, pero la clase se hizo muy lenta. Veíamos un tema un día y al siguiente día volvíamos a ver el mismo tema que se supone que estaba comprendido.” “Sí estuvimos un poco lentos, (...) yo creo que eso, a muchos, sí nos entorpeció un poquito.”
Hubo opiniones contrarias acerca de las causas de la lentitud: <ul style="list-style-type: none"> • Falta de comunicación entre la investigadora y maestro. • Preguntas poco pertinentes de los compañeros. • Necesidad de respetar diferentes ritmos de aprendizaje. 	“También afecta, a mi punto de vista, que la persona que lo está realizando no dé la clase. Porque sabe cuál es el método y cuál es el objetivo que realmente busca al presentar ese manual, ¿no?” “No importa, porque hay maestros que explican por un libro que no es de ellos.” “Sí, pero la clase era lenta no porque la maestra explicaba mal, sino que porque muchas veces estábamos allá y otros de acá tenían las dudas o los de aquel lado tenían dudas, y (...) en lo personal, se me hacían dudas, a veces, hasta... tontas para detenernos en un tema.” “Nada más que tomando en cuenta que no todos tenemos las mismas características para poder aprender, entonces a unos se nos dificulta más que a otros y sí necesitamos el apoyo de un profesor.”
Sugirieron establecer más comunicación entre la investigadora y el maestro.	“Más comunicación, tal vez. [...] En este caso entre tú [la investigadora] y la maestra.”

A modo de síntesis se puede citar que los estudiantes participantes de la experiencia fueron de la carrera de Psicología, mayormente de género femenino (más del 60%), si bien con una edad promedio de 23.5 años, las mayoría se ubicó entre los 18 y 23 años, más del 80% había ya cursado alguna materia de Estadística, y también más del 80% había realizado su bachillerato en escuela pública.

En cuanto al desempeño previo de los estudiantes y el aprendizaje logrado en esta experiencia, los aspectos a destacar son que:

- Los estudiantes presentan muy buenos desempeños tanto en el bachillerato como en la UABC.
- El diagnóstico y el examen de conocimientos fueron demasiado difíciles para los alumnos. Sin embargo, es importante rescatar que ambos exámenes tuvieron buenos índices de discriminación.
- Las estudiantes mujeres tienen mejor desempeño que los estudiantes hombres, en el bachillerato y en la UABC; sin embargo fueron peor calificadas en el diagnóstico y el examen de conocimientos.
- Los promedios en la UABC se correlacionan significativamente, de manera negativa, con los resultados en el examen de conocimientos.
- En el Grupo E, donde se intervino con la didáctica constructivista, se dio una correlación positiva significativa entre ambos exámenes, el 30% de los peores calificados en el diagnóstico mejoró significativamente en el examen de conocimientos.
- En el grupo G se observó un descenso en las calificaciones del examen de conocimientos con respecto al diagnóstico. En el grupo E, se dio un aumento (en ningún caso fue significativo).
- Los mayores errores en el diagnóstico se dieron en las gráficas en los ejes. En el examen de conocimiento no hubo un concepto que destacara, por su conocimiento o desconocimiento (cabe aclarar que se volvieron a detectar problemas en las gráficas).

En cuanto a la actitud hacia la Estadística, globalmente, en el indicador afectivo se registraron diferencias positivas significativas en el gusto por la estadística (que se repitió en el grupo E) y en una disminución de la frustración frente a los exámenes. Llama la atención que en el nivel valorativo se registraron cambios negativos; por

ejemplo, si bien a la importancia de la Estadística le dieron, en la segunda encuesta, un porcentaje de 82.5, bajó significativamente con respecto a la primera consulta. Dentro de las opiniones más favorables, en el grupo E, los encuestados manifestaron tener confianza en poder aprender (92.5% en ambos grupos), tener deseos de hacerlo (85.7%) y querer llevar otro curso (76%). Sin embargo, expresaron que la Estadística es una materia técnica y necesita de muchos cálculos.

Para el global y para el Grupo E aparecieron tanto correlaciones positivas como diferencias significativas entre las dos encuestas. Es decir, de la encuesta inicial a la final, los estudiantes conservaron su *ranking* en cuanto a su actitud frente a la Estadística y, a la vez, mejoraron significativamente su opinión acerca de la misma. Sin embargo, pareciera ser que, el tener una mejor actitud hacia la Estadística, no refleja, en este estudio, diferencias significativas en los aprendizajes.

Finalmente, la experiencia fue evaluada por los estudiantes con un 72.5%. Consideraron que la participación del maestro fue importante para el aprendizaje (80%); aunque los datos señalaron una correlación negativa significativa entre asistencias y calificaciones en el examen de conocimiento. También los alumnos opinaron que la interrelación con sus pares no era tan necesaria para lograr un buen desempeño (65%). Por otro lado, lo mejor del cuaderno fueron los ejemplos (80%) y los ejercicios (77.5%) y lo peor, el mapa conceptual (60%).

5. DISCUSIÓN

A continuación se presentan las interpretaciones, con base en la fundamentación teórica que sustenta este trabajo, de los resultados obtenidos en el capítulo anterior; se destacan similitudes y diferencias con otros autores y se buscan posibles explicaciones de los hallazgos. La interpretación se organiza en el mismo orden con que se hizo en el capítulo 4. Posteriormente se detallan las conclusiones que se derivan de los resultados y, finalmente, se señalan limitaciones del trabajo y recomendaciones a futuro.

5.1. **Interpretación de los resultados**

En este apartado se presentan las interpretaciones de las correlaciones encontradas entre: los promedios de la UABC, bachillerato, las calificaciones del diagnóstico y del examen de conocimientos, y las clasificaciones según: sexo, edad, lugar de nacimiento, turno, tipo de bachillerato y número de materias Estadística cursadas. Posteriormente, se dan apreciaciones acerca del diagnóstico y del examen de conocimientos. En tercer lugar, se reflexiona acerca de la actitud de los alumnos hacia la Estadística y en cuarto término, sobre la evaluación del modelo didáctico desde el punto de vista del maestro y los estudiantes del grupo E.

5.1.1. **Correlaciones entre los desempeños-aprendizajes y otras variables**

Lo primero es denotar que los estudiantes participantes de la experiencia pertenecían a una carrera *no* matemática; se trató de un grupo pequeño integrado por 48 alumnos del tercer semestre de la carrera de Psicología, de los cuales 21 participaron de la experiencia con el cuaderno didáctico. En ambos grupos (G y E), los dos tercios fueron de género femenino, más del 80% formados en preparatorias públicas y con experiencia de haber cursado al menos una materia de Estadística previamente. Las mayorías tenían entre 18 y 20 años de edad (62% en el grupo G y 42% en el grupo E).

Los grupos presentaron altas calificaciones tanto en el bachillerato como en la UABC, mientras que en el diagnóstico y en el examen de conocimientos, los resultados fueron bajos. Estos datos evidencian que los estudiantes tienen un buen nivel académico, sin

embargo no contaban con los conocimientos básicos necesarios para aprender los temas de Estadística presentados en el cuaderno del estudiante. De acuerdo con Ausubel *et al.* (1983), la existencia de elementos de anclaje en los estudiantes es una de las condiciones para lograr un aprendizaje significativo, el diagnóstico tuvo una dificultad media de 0.52, lo que explica un examen de conocimientos demasiado difícil para ambos grupos ($p = 0.46$, si se considera el grupo G).

En el grupo G se dieron correlaciones significativas según el género con respecto a las calificaciones en el bachillerato, UABC, diagnóstico y examen de conocimientos; negativas en los dos primeros casos y positivas en los dos últimos. Esto indica mejores desempeños de las mujeres en bachillerato y UABC, frente a mejores desempeños en los hombres en ambos exámenes. Numerosos estudios (Elmore y Vasu; Fenster; Harvey, Plake y Wise; Mogull; Ware y Chastain; Woehlke y Leitner, como se cita en Zimmer y Fuller, 1996) afirman que hombres y mujeres no difieren en las calificaciones en Estadística. Sin embargo, en el de Schram (como se cita en Zimmer y Fuller) se da que las mujeres superan a los hombres cuando se trata de la calificación final de un curso mientras que los hombres superan a las mujeres cuando el criterio es la calificación de los exámenes. Para poder cotejar esta situación, se les pidió a los maestros de Estadística de ambos turnos, las calificaciones finales en la materia y se encontró una correlación negativa entre estas últimas y el género (tanto en el grupo G como en el grupo E); sin embargo en ninguno de los casos fue significativa. Estos hallazgos concuerdan con lo expresado por Zimmer y Fuller quienes explican que la *ansiedad hacia los tests de Estadística* (entendida como los sentimientos de preocupación o desorganización mental que aparecen en un individuo cuando se enfrenta a un examen de Estadística), según las escasas y dispersas investigaciones realizadas hasta esa fecha, está relacionada negativamente con el desempeño en el examen; más aún, son las mujeres quienes presentan niveles más elevados de este tipo de ansiedad.

Otro resultado interesante fue que la correlación significativa positiva más alta se dio entre el examen de conocimientos y el turno, lo que indica que aquellos estudiantes que recibieron la instrucción con el modelo didáctico constructivista obtuvieron mejores calificaciones que el resto, lo cual es más notorio si se considera que las calificaciones en el diagnóstico fueron levemente inferiores en el grupo intervenido

con respecto al total. Es más, en el grupo E las calificaciones mejoraron (de 5.3 a 5.8), al contrario de lo que sucedió en el grupo G (de 5.4 a 4.6); cabe aclarar que dichas diferencias fueron significativas, al nivel 0.05 para el grupo G; pero no para el grupo E. De estas apreciaciones surge que la aplicación del modelo didáctico constructivista fue positiva, los aprendizajes resultaron mejores, a pesar de que no contaban con todos los elementos de anclaje para que la instrucción fuese más efectiva. Es decir, pareciera que los otros dos elementos que citan Ausubel *et al.* (1983) para que se produzca un aprendizaje significativo por recepción, que son: actitud de aprendizaje significativo en los estudiantes y un material de aprendizaje con significado lógico, sí se dieron.

Otro aspecto favorable fue que en el grupo E el diagnóstico y el examen de conocimientos se correlacionaron positivamente al nivel de 0.05. Esto permite inferir una congruencia entre ambos exámenes; se podría predecir que aquellos estudiantes con mejores calificaciones en el diagnóstico obtendrían mejores resultados en el examen de conocimientos.

5.1.2. Diagnóstico

Este instrumento fue valioso para detectar dificultades en ciertos temas necesarios para el aprendizaje posterior, con el cuaderno del estudiante. Ellos son errores de: operatoria con fracciones, gráficas en los ejes cartesianos, porcentaje y adquisición del concepto de proporcionalidad directa. Se cree, según lo expresado por Ausubel *et al.* (1983), que los estudiantes deberían reforzar primeramente estos temas, y así poseer los conceptos y procedimientos necesarios para los posteriores aprendizajes de frecuencia absoluta, relativa, acumulada y las gráficas asociadas a dichos conceptos.

Sin embargo, se debe reconocer que incorporar conocimientos requiere tiempo y organización, y más aún, modificar los conceptos y procedimientos erróneos que los estudiantes han arraigado en su paso por los diferentes niveles educativos. Como claramente lo expresa Mulhern (como se cita en Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein, 2003, p. 3)

- [los errores] Son persistentes, particulares de cada individuo y difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos del alumno.
- Predominan los errores *sistemáticos* (revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una concepción equivocada (...)) con respecto a los errores *por azar u ocasionales*.
- Algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el alumno de la información que da el profesor. Los alumnos recrean o inventan su propio método en base al método descrito por el profesor.

Se cree que un primer paso es detectar esas dificultades, tipificarlas, para luego poder corregirlas. Para ello, Engler *et al.* (2003) hacen una reseña del tipo de errores que los estudiantes suelen cometer en Matemática. Dentro de ellos se encuentra el de comprensión de la aritmética, donde los alumnos reflejan problemas en la interiorización del concepto en juego. Otro es el uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos adquiridos. Dentro de estos dos tipos se incluyen tanto los de operatoria con fracciones como los de proporcionalidad directa. Esto explica el uso del procedimiento para multiplicar fracciones en el caso de la división, asociar la regla “a más, más” para la proporcionalidad o confundir el algoritmo para despejar una incógnita en una proporción.

Las dificultades detectadas en la representación gráfica en los ejes cartesianos, se explica en el siguiente apartado, dedicado a interpretar los resultados del examen de conocimientos.

En cuanto al porcentaje, Zurbano, Corral y Díaz (2003) afirman que éste es un indicador estadístico básico y que, sin embargo refleja una manifiesta incapacidad de poder entenderlo, por parte del público en general. Se piensa que la raíz del problema no radica en comprender el concepto de proporcionalidad sino en dificultades operatorias y en su *concepción semántica*. Una explicación de esta idea se encuentra en Vigotsky y su convicción acerca de la importancia del lenguaje en el aprendizaje, como instrumento fundamental de mediación (Castorina, 2004). Al respecto, Parker y Leinhardt (1995) afirman que el porcentaje es un tema difícil porque es ambiguo y sutil al mismo tiempo. Puede tener muchos significados diferentes que no pueden ser

abarcados en su totalidad por el *sistema natural del idioma*. Los autores se focalizan en tres aspectos de la problemática del lenguaje. Ellos son:

- a) Su concisión enmascara muy frecuentemente al total de referencia.
- b) La preposición “de”, que puede traducirse automáticamente como una multiplicación en aritmética, pero que también puede significar “una parte de”, en cuyo caso la operación aritmética correspondiente sería una división.
- c) Uso de un lenguaje aditivo en un dominio multiplicativo. Las expresiones “más que” o “menos que”, si bien sugieren adición y sustracción, respectivamente; en un contexto porcentual conducen a una comparación multiplicativa.

El ítem 15¹ (ver página A-7), extraído de un estudio realizado por Zurbano, Corral y Díaz (2003), es un claro reflejo de esta dificultad. Dicho trabajo se efectuó con estudiantes de los primeros cursos de la carrera de Matemática, del último curso de Estadística y con maestros de escuela primaria (todos ellos en España) y los resultados (ver tabla 5.1.) muestran que la complejidad del ítem también se presenta en esta población.

Tabla 5.1. Resultados del ítem 15 del diagnóstico en el estudio realizado por Zurbano, Corral y Díaz (2003, p. 6)

	Grupo de Matemática	Grupo de Estadística	Profesores	Total
Total de participantes	16	18	40	74
N° de respuestas correctas	5	9	0	14
% de respuestas correctas	31%	50%	0%	19%

Por otro lado, según lo expuesto por Piaget, se estudió si el grupo había llegado a desarrollar las estructuras necesarias para el estadio de las operaciones formales en lo que corresponde a Estadística. Para ello se consideraron aquellos ejercicios que requerían un mayor grado de abstracción en su resolución. Los ítems fueron: 4, 9, 10, 13 y 15. El promedio de dificultad de los cinco reactivos fue 0.29, lo que indica que la abstracción y la idea de hacer representaciones fueron muy complejas para el grupo considerado. De esta información se puede inferir que el grupo, en general, todavía no ha consolidado los esquemas y las estructuras necesarias que le permitan tener un pensamiento estadístico en el estadio de las operaciones formales. También podría pensarse en la matemática como un lenguaje de abstracciones y representaciones, lo

¹ El reactivo fue modificado en su presentación para que concordara con la estructura del diagnóstico, que es una prueba de opción múltiple.

cual permitiría explicar una falencia en los estudiantes, en el manejo de dicho instrumento.

Para concluir con este apartado, la percepción que tuvieron maestro y estudiantes de E acerca del diagnóstico pareciera ser la de una prueba poco importante. No la identificaron como una herramienta necesaria para situar los conocimientos de los alumnos y brindar una perspectiva del curso a desarrollar. Las causas de ello pueden ser varias: no tuvieron claro el objetivo del instrumento, fue de aplicación anónima, la calificación no influyó en el promedio de la materia. Probablemente, una concepción de la evaluación asociada exclusivamente con la adjudicación de un puntaje, los llevó a prestar poca atención a un examen que no tenía la intención de *calificar* al alumno (otorgarle un número a su saber), sino de informar acerca de sus conocimientos.

5.1.3. Examen de conocimientos

Este examen proporcionó evidencias de no ser de carácter memorista, sino que pretendió evaluar *aprendizajes significativos por recepción*, según lo definido por Ausubel *et al.* (1983). Tras su aplicación se pudieron identificar mejores resultados en el grupo intervenido con el modelo didáctico constructivista que en el grupo G. A pesar de la dificultad del instrumento y de que E presentaba calificaciones ligeramente inferiores en el diagnóstico, éste supo enfrentarlo con mejores resultados, es decir: se percibieron aprendizajes significativos y no memorísticos. Otro aspecto interesante fue que se registró una mayor efectividad del modelo en los *peores* estudiantes.

Por medio de esta evaluación se pudieron detectar logros y dificultades en los alumnos. Resulta interesante destacar aquellos problemas que fueron descubiertos en el diagnóstico y que persistieron después de la enseñanza; ellos se dieron en la interpretación del porcentaje y la representación en los ejes cartesianos con gráficas asociadas. Konold (1995), quien se enfoca en las dificultades que presentan los estudiantes ante la adquisición de ciertos conceptos estadísticos, afirma que los adultos tienen intuiciones acerca de Estadística que, en muchos casos, está disociada con la teoría; y estas intuiciones son muy difíciles de alterar. A continuación se detallan algunos problemas que subsistieron:

a) El concepto de *frecuencia relativa* involucra la idea de porcentaje y este aspecto todavía presentó dificultades (Ejemplos: 1- iguales porcentajes no equivale a los mismos elementos incluidos en ambos, sino sólo iguales cantidades si es con respecto al mismo total; 2- lo “relativo” ayuda a hacer comparaciones entre muestras cuando el número total de datos de ambas son diferentes).

b) En lo que se refiere al uso de *representaciones gráficas*; como se mencionó en el capítulo 4, de los ocho reactivos destinados a evaluar el concepto, sólo dos superaron el 50%. Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (1994) comentan que la habilidad en la lectura crítica de datos es uno de los componentes de la alfabetización estadística y Cursio (como se cita en Batanero *et al.*, 1994, p. 3) describe tres niveles de comprensión de los gráficos:

(a) ‘Leer los datos’: este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.

(b) ‘Leer dentro de los datos’: incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.

(c) ‘Leer más allá de los datos’: requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

De acuerdo con lo mencionado en el párrafo anterior, se considera que en este examen se evaluó el nivel (a) en el ítem 17. El nivel (b) fue considerado en los ítems 3, 13, 16 y 19. Y el nivel (c) en el ítem 12. En el nivel (a) el ítem contó con apenas el 47% de respuestas correctas. En cuanto al segundo nivel, el reactivo 19 fue resuelto correctamente por más del 70% de los estudiantes, las dificultades se presentaron en la interpretación de la lectura de la definición del polígono de frecuencias acumuladas y al decidir cuál es el tipo de gráfica más apropiada para la clase de datos que se consideran. En el nivel más elevado (c), se pretendía que los estudiantes supieran explicar el porqué del error en una gráfica, es decir, dónde radicaba el engaño. Esto fue apenas conseguido por el 32% de la población evaluada. Sin embargo, en el grupo E este porcentaje creció al 50%. Pareciera ser que el entrenamiento en ese tipo de ejercicios fue fructífero en la mitad de dicha clase.

Un cuarto nivel que podría agregarse a los tres anteriores es el de aplicación, el cual estuvo representado por los ejercicios 4 y 9. Estos ítems tuvieron índices dispares de dificultad, entre el 15% y el 66%. Finalmente, de lo expresado con relación a la graficación en los ejes coordenados, parece inferirse que los estudiantes no superaron los obstáculos que aparecieron en el diagnóstico y muestran dificultades en todos los niveles de graficación.

c) En cuanto a la *lectura e interpretación* de una información no gráfica, es notorio cómo el lenguaje y la lectura pueden ser elementos claves en el aprendizaje, tal como lo asevera Vigotsky. En el examen de conocimientos se detectaron numerosos errores relacionados con el tema. A modo de ejemplo se pueden citar que el 55% confunde la expresión “al menos una vez” con “exactamente una vez”.

En este examen, la cantidad de preguntas que hacían referencia a un pensamiento más abstracto fueron: 4, 16 y 17, con índice de dificultad promedio de 0.27 (muy parecido al del diagnóstico) número que indica, de acuerdo con Piaget, que el pensamiento formal en Estadística continúa siendo una meta no alcanzada por el grupo, en general. En cuanto a E, estos ítems contaron con un promedio de dificultad de 0.49, algo mayor que si se compara con G. Probablemente, la didáctica utilizada ayudó a desarrollar este estadio del pensamiento.

Es interesante reflexionar acerca de las opiniones de los participantes del grupo E; según parece el maestro se sintió identificado con el examen, le pareció reflejar lo que habían estado trabajando durante las clases. Los alumnos, en un primer momento, mostraron cierta inseguridad; pero lanzaron un grito de disconformidad cuando conocieron los resultados porque el maestro había sugerido utilizar esa puntuación como parte de la calificación total de la materia. Finalmente, esto no se hizo y el docente aplicó otro examen en el que obtuvieron notas más altas. Parece constatar que el concepto de evaluación como íntimamente asociado a “calificación”, está arraigado en los alumnos; al igual que se dio con el diagnóstico. Otros puntos a destacar son que los estudiantes no leen o no tienen paciencia para leer, tienen problemas para interpretar lo que leen y conservan falencias matemáticas.

Finalmente, un dato curioso es la correlación negativa entre el número de asistencias y la calificación en el examen. De esto podría inferirse que el cuaderno didáctico pudo suplir la participación del profesor. El material mostró ser lo suficientemente claro y completo como para que los estudiantes aprendieran sin la ayuda de un maestro y, en cierto modo confirmó la opinión de ciertos estudiantes acerca de que la lentitud de las clases no fue sana para el aprendizaje de todos; quizá ayudó a algunos, pero entorpeció la comprensión en otros.

5.1.4. Actitud hacia la Estadística

Como ya se mencionó, en general las actitudes están fuertemente arraigadas en el individuo y son más difíciles de modificar. Sin embargo, se debe notar que, según la escala de actitudes de Likert, se dio un cambio significativo favorable, tanto en el grupo G como en el grupo E. De esto se puede inferir que, independientemente de que se trabajara con un modelo didáctico constructivista o no, los estudiantes mejoraron su nivel de actitud. Es decir, los estudiantes que trabajaron con el cuaderno didáctico no mostraron un cambio sustancial, ni a favor ni en contra, con respecto al total (grupo G).

Llama la atención que, aunque los alumnos no obtuvieron altos porcentajes de gusto por la Estadística, sí mostraron un cambio significativo a favor. Los estudiantes dijeron tener un elevado nivel de confianza en poder aprender Estadística (92.5%). Opinaron que habían mejorado en la comprensión de las ecuaciones, aunque afirmaron que la materia es técnica y se necesitan muchos cálculos. Del cuestionario a E se infiere que casi un 86% quiere aprender Estadística y más del 76% quisiera llevar otro curso. Es decir, mostraron una actitud positiva de aprendizaje; mezclada con la impresión de que la materia está muy ligada a la matemática y, por lo tanto contiene muchas fórmulas y tecnicismos. Reid y Petocz (2002) identifican seis categorías acerca de cómo los estudiantes entienden la Estadística, esta clasificación va desde una concepción más limitada a una más integradora. De acuerdo con ella, en general, los estudiantes participantes de esta experiencia están incluidos en las primeras categorías, donde la visión está focalizada en actividades numéricas (expresadas en términos matemáticos o estadísticos). Pocos perciben algo más, que sería entender e interpretar

datos y no hubo respuestas que indicaran una comprensión y un sentido de la realidad a través del uso de métodos y modelos estadísticos.

Un 66% reconoce la existencia de un pensamiento propiamente estadístico, pero no se indagó más allá, acerca de qué entienden por este tipo de razonamiento. En el indicador de valor, se percibió que catalogaban a la Estadística como una herramienta importante, útil, necesaria para la vida; sin embargo los porcentajes bajaron en la segunda encuesta con respecto a la primera. Pareciera ser que el modelo no pudo influir en un aumento en esta dimensión.

En cuanto a la relación entre actitud y rendimiento, no se encontraron diferencias significativas en el grupo G ni en el grupo E. Por lo que se infiere que en la presente investigación, el poseer una mejor actitud no está relacionado con obtener mejores calificaciones en la materia. Si bien, Ausubel *et al.* (1983) afirman que cuando las actitudes son favorables, los estudiantes están motivados y hacen esfuerzos más intensos por incorporar un nuevo material, en este caso no se vio reflejado en relaciones positivas significativas entre actitud-aprendizaje; pudiera deberse a la corta duración de la intervención.

Del análisis de actitud por género, se infiere que después de pasar por un curso de Estadística Descriptiva, las mujeres no perdieron en actitud positiva frente a la materia, sin embargo fueron los hombres quienes se manifestaron más atraídos por ella. Estos resultados se dieron independientemente de la aplicación o no del modelo didáctico con bases constructivistas.

5.1.5. Evaluación de la experiencia por maestro y estudiantes

En general, los resultados de la aplicación del modelo didáctico fueron favorables desde el punto de vista de sus actores: el maestro y los estudiantes. La herramienta de aprendizaje más importante fue el cuaderno del estudiante que, aseguraron, se utilizó concienzudamente. Lo más acertado, aunque su organización les pareciera engorrosa, fue la presencia de ejemplos que ilustraron los conceptos y procedimientos. El maestro se mostró satisfecho con la calidad y cantidad de ejercicios, los alumnos manifestaron

la necesidad de más ejercitación. La inclusión de un glosario también resultó apropiada, aunque no estuviera completo. Lo que generó menor interés fueron la bibliografía sugerida y el mapa conceptual.

La descripción que aportaron los alumnos acerca de su deseo de aprender y la evaluación de sus aprendizajes manifiesta un perfil de enseñanza tradicional de la matemática, transferido a la Estadística. Es decir, resolver una *larga lista repetitiva* de ejercicios similares hasta aprender la “mecánica”. Lo que coincide con el aprendizaje repetitivo por recepción definido por Ausubel *et al.* (1983). Una frase extraída de un comentario hecho por un alumno del grupo de discusión que lo refleja claramente es: “Se me hace más [que] es como las matemáticas: por repetición, estar práctica y práctica hasta que se nos pega”. Cabe aclarar que la enseñanza tradicional no capacita al alumno para hacer una lectura del contexto, por ejemplo de un resultado estadístico; así es como se detectaron serias dificultades para leer, entender e interpretar.

En cuanto a las interacciones entre maestro-estudiantes, los últimos valoran la presencia del docente, lo consideran importante y necesario en su aprendizaje; sin embargo, esto se contrapone con las reiteradas ausencias de los alumnos y el mejor desempeño de quienes más faltaron. Pudiera deberse a que las clases fueron lentas y los más aventajados dejaron de asistir para valerse únicamente del cuaderno didáctico. Otra interpretación podría estar en que el maestro fue más efectivo con aquellos menos aventajados (que habían obtenido peores calificaciones en el diagnóstico) y los resultados se reflejaron en mejoras significativas en las calificaciones del examen de conocimientos de los mismos. Es decir, hubo una ZDP desarrollada por el maestro a favor de los de peor desempeño.

En lo que se refiere a la ZDP entre pares, la opinión no fue tan positiva. El maestro dijo que sí percibió colaboración; pero los estudiantes no la consideraron tan necesaria. Puede pensarse que se debió a la ausencia de un problema nuevo y complejo que propiciara el trabajo en grupo, según Ausubel *et al.* (1983). También se puede pensar en que no se dio un clima de intersubjetividad que favoreciera el aprendizaje entre pares. Según Tudge y Rogoff (1996), Piaget y Vigotsky subrayan la importancia de que los interlocutores se comprendan entre sí. Para Piaget, deben poseer un lenguaje y un sistema de ideas comunes y deben admitir la reciprocidad al

resolver las diferencias de opiniones. Existe una íntima relación entre el aprendizaje de las operaciones lógicas con la cooperación. Para conseguir un equilibrio en ese intercambio intelectual es necesario que los interlocutores posean una escala común de valores intelectuales que les permita comprender los conceptos en el mismo sentido.

La guía para el docente fue catalogada como útil, aunque incompleta; al respecto cabría preguntarse si una guía alcanza para comprender todo un modelo didáctico y el sostén teórico del mismo. Quizá sea necesaria la implementación de cursos de formación y actualización docente que ayude a los maestros en su capacitación no tanto en la materia de Estadística en sí, sino en su didáctica.

5.2. Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos, se afirma que se cumplió el objetivo general propuesto, es decir: se implementó y evaluó un modelo didáctico basado en el constructivismo para el aprendizaje de un tema de Estadística Descriptiva en el nivel de licenciatura en el tronco común de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC. Para ello: 1. se desarrolló y aplicó un modelo didáctico, según el programa de la asignatura Estadística Descriptiva, 2. se diseñaron y se inició la validación dos instrumentos de evaluación: diagnóstico y examen de conocimientos, 3. se exploró la actitud hacia la Estadística en una fase inicial y otra final, por medio de un instrumento tomado del SATS (*Survey of Attitudes Towards Statistics*) 4. se evaluó el modelo desde una perspectiva educativa, 5. se identificaron los conceptos y habilidades con que contaban los estudiantes al comenzar el curso de Estadística Descriptiva, 6. se analizaron las opiniones del maestro y los alumnos participantes acerca de la propuesta didáctica implementada, a través de una escala de evaluación de la experiencia, una entrevista (al maestro) y un grupo de discusión (con los estudiantes) y 7. se analizaron las posibles relaciones entre ciertas características de los alumnos (género, turno, desempeños escolares previos) con el desempeño en la materia, después de la aplicación del modelo didáctico.

A continuación se dan respuestas a las preguntas que guiaron el estudio:

- ¿Es posible implementar un modelo didáctico para la enseñanza de la Estadística basado en propuestas teóricas constructivistas?

La respuesta es sí, gracias al trabajo personal, asistido por el personal académico del Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo (IIDE) comprometido con el proyecto, al apoyo de las autoridades de la UABC y a los actores protagonistas: maestros y estudiantes de la materia de Estadística Descriptiva de la carrera de Psicología de la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales de la UABC. Además, lo expresado capítulos anteriores proporciona evidencias de que el trabajo estuvo fundamentado en aspectos teóricos de corte constructivista.

- ¿En qué medida este modelo mejora el aprendizaje de la Estadística?

De acuerdo con los resultados obtenidos el modelo, basado en aspectos constructivistas, mejora el aprendizaje de Estadística; a pesar de que en el diagnóstico los alumnos mostraron dificultades para anclar el nuevo conocimiento. En el grupo E, donde se aplicó el modelo didáctico, se experimentó un aumento en la media de las calificaciones del grupo para el examen de conocimientos con respecto al diagnóstico. Se dieron diferencias significativas en índices de dificultad por ítem entre los exámenes de conocimiento del grupo G y E, a favor de este último. El cuaderno del estudiante fue el más favorecido ya que, les bastó a los alumnos para aprender, independientemente de sus ausencias a las clases. La presencia del maestro fue importante para el subconjunto del grupo E de los menos aventajados. Lo que no resultó muy importante fue la colaboración de los pares en el aprendizaje.

- ¿Cuál es la opinión de los maestros y alumnos acerca de la propuesta didáctica implementada?

Tanto maestro como estudiantes se mostraron positivos frente a la nueva didáctica, el cuaderno del estudiante les pareció de gran utilidad para que la instrucción fuese organizada y más clara. Sin embargo, los estudiantes todavía presentan una concepción de la Estadística fuertemente influida por la matemática, no fueron capaces de detectar

rasgos propios en la Estadística. Asimismo subsisten aspectos de preferencia por la enseñanza tradicional.

➤ ¿Cuáles son los conceptos y las habilidades básicos con que cuentan los estudiantes para un curso introductorio de Estadística?

De acuerdo con los resultados obtenidos en el diagnóstico, en general los estudiantes de la presente investigación supieron calcular porcentajes, pudieron interpretar el concepto de fracción, resolver correctamente operaciones con calculadora y ejercicios simples de aplicación. Manifestaron dificultades en:

- a) Gráficas y tablas: conocimiento, comprensión de gráficos y/o tablas, identificación de errores de escala en los ejes coordenados.
- b) Porcentaje: a un nivel mayor que la aplicación.
- c) Operatoria elemental con fracciones.
- d) Proporcionalidad directa (regla de tres directa): adquisición del concepto.

En general, los alumnos presentan problemas para leer e interpretar enunciados, y aún no han desarrollado completamente el pensamiento formal en lo que corresponde a la Estadística.

De todo lo analizado, se puede concluir que, si bien quedan muchos aspectos por completar y corregir, la experiencia fue valiosa. Finalizada la investigación se consiguió, principalmente, un conjunto de tres instrumentos para la enseñanza y evaluación de un tema de Estadística básica. Para las dos evaluaciones se inició un proceso de validación en cuanto a contenido y el cuaderno del estudiante contó con la aprobación de maestro y estudiantes; además de la obtención de información estadística a favor de su aplicación. El estudio de la actitud hacia la Estadística también dio muestras de la importancia de un factor no cognitivo presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La guía de apoyo al docente fue una primera aproximación para ayudar a los maestros en la difícil tarea de enseñar.

El constructivismo resultó ser un sustento adecuado para la didáctica, especialmente el aporte en cuanto al *aprendizaje significativo por recepción* y las condiciones necesarias para que se produzca: 1) una actitud de aprendizaje significativo y 2) la presentación al

alumno de material *potencialmente significativo* (material con significado *lógico* en sí mismo, la estructura cognoscitiva del alumno con ideas de afianzamiento con las que el nuevo material pueda relacionarse). Otra característica que se destacó fue la importancia del *lenguaje* en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

5.3. **Limitaciones**

A continuación se mencionan limitaciones de la investigación.

- Lo primero es notar que la investigación fue realizada con una población pequeña y, por lo tanto, no se puede generalizar al ámbito universitario, ni siquiera a la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales.
- Una reflexión merece la cantidad de instrumentos diseñados. Si bien en el grupo G sólo se aplicaron tres, en el grupo E fueron ocho en el transcurso de, aproximadamente, dos meses. Probablemente la intervención fue demasiado *entremetida* y sus participantes se vieron *invadidos* por tantos cuestionarios y tanta consulta.
- Un aspecto de la investigación que quedó inconcluso fue la aplicación del problema integrador. Esto implicó no poder hacer un análisis exhaustivo del aprendizaje por descubrimiento guiado, sustentado por Bruner.
- El *razonamiento estadístico* fue poco explorado en la investigación. Las investigaciones que se han hecho al respecto están en sus comienzos y se sitúan, en su mayoría, en Estados Unidos de América.
- La escala de actitud utilizada consistió en 20 de los 28 ítems de la escala del SATS. Este nuevo instrumento no fue validado ni se mostró su confiabilidad.

➤ Dentro de la escala de actitud, si bien la componente valoral obtuvo porcentajes aceptables, los estudiantes perdieron cierto interés por el valor de la Estadística en el transcurso de la enseñanza.

5.4. Recomendaciones

A continuación se hace un listado de recomendaciones o sugerencias a tener en cuenta en el futuro.

- Sería interesante extender la investigación a otras carreras de la Facultad de Ciencias Sociales y Administrativas de la UABC, para comparar con los resultados obtenidos.
- En futuras investigaciones se sugiere reducir el número de instrumentos a aplicar para favorecer una validez ecológica, sin demasiadas intromisiones.
- Se sugiere extender el cuaderno del estudiante a otros temas de Estadística Descriptiva, como medidas de tendencia central y dispersión, para así completar los temas de la materia.
- Sería interesante aplicar el cuaderno didáctico del estudiante en una enseñanza semi-escolarizada, como ocurre en las carreras de Sociología y Educación de la UABC, para confirmar el valor de dicho instrumento en un aprendizaje autodidacta.
- Se cree necesario buscar un tiempo y un espacio, dentro del ámbito universitario, para remediar los errores básicos en los estudiantes (de carácter puramente matemático y otros compartidos con la Estadística). Se piensa que destinar un tiempo en consolidar ciertos conceptos y procedimientos básicos puede ser de utilidad para los futuros aprendizajes en Estadística. El dilema se presenta en dónde situar ese *momento*: si antes de cursar Estadística Descriptiva, dentro del espacio de la materia o en paralelo (que los alumnos lo hicieran por sí solos con bibliografía adecuada, con otros compañeros o con ayuda de un maestro).

- Sería interesante, en una nueva oportunidad, realizar la actividad de resolución de problemas a través de un aprendizaje por descubrimiento guiado, con alumnos de Psicología de la facultad citada y hacer un análisis de los resultados que se obtengan.
- Se considera interesante profundizar acerca del pensamiento estadístico. Realizar investigaciones donde no sólo se busque el reconocimiento de este tipo de razonamiento en los estudiantes, sino también indagar acerca de qué entienden por el mismo y en qué etapa de este pensamiento se encuentran.
- Para la escala de actitud utilizada, es necesario realizar estudios de análisis factorial que den muestras de validez y permitan asegurar que los resultados obtenidos de la aplicación de la escala de actitud, son correctos.
- Es necesario buscar caminos para entusiasmar a los estudiantes en el valor de la Estadística.
- Es importante que la Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales analice la posibilidad de eliminar la obligatoriedad de la asistencia a las clases de Estadística y se establezcan nuevas reglas para la acreditación de la materia.
- Es importante la implementación de cursos de formación docente, basados en didácticas constructivistas, que aporten sustentos teóricos y prácticos para mejorar la enseñanza de la Estadística.

REFERENCIAS

- Abad, F., Garrido, J. Olea, J. y Ponsoda, V. (2006). *Introducción a la psicometría: teoría clásica de los tests y teoría de respuesta al ítem*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid, Facultad de Psicología.
- Álvarez-Gayou, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa: investigación y metodología*. México: Paidós Educador.
- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian H. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2da. ed.). México: Trillas.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.
- Batanero, C. (2001a). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2001b). *Presente y futuro de la educación estadística* (Proyecto BSO2000-1507). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Batanero, C. (2002, octubre-noviembre). *Los retos de la cultura estadística*. Documento presentado en las Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires, Argentina. Recuperado el 20 de noviembre de 2004, de <http://www.ugr.es/~batanero/>
- Batanero, C, Godino, J. D., Green, D. R. Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527-547.
- Belmonte, M. (1997). *Mapas conceptuales y uves heurísticas de Gowin: Técnicas para todas las áreas de las enseñanzas medias*. Bilbao: Mensajero.
- Biembengut, M. S. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (2), 105-125.
- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12 (1), 5-38.

- Brown, G. y Desforges, C. (1981). Psicología piagetiana: tiempo de revisión. En C. Coll (Ed.), *Psicología genética y educación* (pp.147-159). Barcelona: Oikos-tau.
- Bruner, J. (1987). *La importancia de la educación*. Barcelona: Paidós.
- Bruner, J. (1996). *Realidad mental y mundos posibles: los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia*. Barcelona: Gedisa.
- Bruner, J. (1997). Aprendizaje y pensamiento. En R. D. Strom (Comp.), *Aprendizaje escolar y evaluación* (pp. 110-121). México: Paidós.
- Cadoche, L. y Pastorelli, S. (2004). *El discurso del profesor en el aula de Matemática*. Recuperado el 2 de mayo de 2007, de http://www.matematicaparatodos.com/BOLETINES2004/Archivo_PDF_Boletin_15.pdf
- Caldeiro, G. P. (2005). Vigotsky. Teoría socio histórica. En *Idoneos.com*. Recuperado el 11 de mayo de 2007, de <http://vigotsky.idoneos.com/index.php/293538>
- Camarena, P. (2003). Investigación educativa en matemáticas del nivel superior. En Consejo Mexicano de Investigación Educativa, *La investigación educativa en México 1992-2002: Vol. 7-I. Investigación educativa en matemáticas del nivel superior* (cap. 4, pp. 275-337). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.
- Carmona, J. (2004). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. *Statistics Education Research Journal*, 3 (1), 5-28. Recuperado el 19 de febrero de 2007, de <http://www.stat.auckland.ac.nz/serj>
- Carretero, M. (2004). *Constructivismo y educación* (8va. ed.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- Castorina, J. A. (2004). El debate Piaget-Vigotsky: la búsqueda de un criterio para su evaluación. En J. A. Castorina, E. Ferreiro, M. Kohl de Oliveira y D. Lerner, *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate* (3ra. reimp., pp. 9-44). Buenos Aires: Paidós Educador.

- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10 (3). Recuperado el 1 de marzo de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>
- Colera, J., Oliveira, M. J. y Fernández, S. (1997). *Bachillerato LOGSE: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I*. Madrid: Grupo Anaya.
- Díaz-Barriga, F. y Hernández-Rojas, G. (2002) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista* (2da. ed.). México: Mc Graw-Hill.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein, M. (2003). Los errores en el aprendizaje de matemática. Recuperado el 28 de abril de 2007, de <http://www.soarem.org.ar/Publicaciones/Los%20Errores.pdf>
- Estrada, A. (2001). *Actitudes hacia la estadística e instrumentos de evaluación*. Documento presentado en las Jornadas Europeas de Estadística: La enseñanza y la difusión de la Estadística, Palma de Mallorca, España. Recuperado el 15 de febrero de 2007, de http://www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornades_10_01/doc/estadistica.doc
- Eudave, D. (2005, octubre-noviembre). *Aprendizajes estadísticos en contexto en la formación de profesionista universitarios*. Documento presentado en el VIII Congreso Nacional de Investigación Educativa, Hermosillo, Sonora.
- Fernández, P. y Melero, M. Á. (1996). Piaget, el conflicto socio cognitivo y sus límites. En P. Fernández y M. Á. Melero (Comps.) *La interacción social en contextos educativos* (pp. 3-34). México: Siglo XXI Editores.
- Foncuberta, J. (1996). *Probabilidades y estadística*. Buenos Aires: Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Prociencia.
- García-Aretio, L. (1989). *La educación: teorías y conceptos, perspectiva integradora*. Madrid: Paraninfo.
- Gal, I. y Ginsburg, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: toward an assessment framework. *Journal of Statistics Education*, 2 (2). Recuperado el 12 de octubre de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v2n2/gal.html>

- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10 (3). Recuperado el 25 de febrero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2 (1), 22-38. Recuperado el 12 de octubre de 2005, de <http://fehhs.une.edu.au/serj>
- Garfield, J. y Chance, B. (2000). Assessment in statistics education: issues and challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, 2 (1-2), 99-125.
- Gnanadesikan, M., Scheaffer, R. L., Watkins, A. E., Witmer, J. A. (1997). An activity-based statistics course. *Journal of Statistics Education*, 5 (2). Recuperado el 28 de febrero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v5n2/gnanadesikan.html>
- Godino, J. (1996). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. En L. Puig y A. Gutiérrez *Proceedings of the 20th PME Conference* (Vol. 2, pp. 417-424). Valencia: Puig y Gutiérrez.
- Hernández-Rojas, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós.
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3ra. ed.). México: McGraw-Hill.
- Hernández-Forte, V. (2005). *Mapas conceptuales: la gestión del conocimiento en la didáctica*. México: Alfaomega Grupo Editor.
- Hubbard, R. (1997). Assessment and the process of learning statistics. *Journal of Statistics Education*, 5 (1). Recuperado el 12 de octubre de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v5n1/hubbard.html>
- Kohl, M. (2004). Pensar la educación: las contribuciones de Vigotsky. En J. A. Castorina, E. Ferreiro, M. Kohl de Oliveira y D. Lerner, *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate* (3ra. reimp., pp. 45-68). Buenos Aires: Paidós Educador.
- Konold, C. (1995). Issues in assessing conceptual understanding in probability and statistics. *Journal of Statistics Education*, 3 (1). Recuperado el 12 de octubre de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n1/konold.html>

- Koplowitz, H. (1981). La epistemología de Piaget. Exploración y comparación con varias alternativas teóricas. En C. Coll (Ed.), *Psicología genética y educación*. (pp. 23-59). Barcelona: Oikos-tau.
- Lavigne, G. y Organista, J. (2006, noviembre) *Statistique et objets d'apprentissage, une expérience in situ*. *International Learning Object Repositories Research Network (LORNET)*. Documento presentado en la Conferencia *Complexe des Sciences de l'UQAM*, Montreal, Canadá.
- Melton, K. (2004). Statistical thinking activities: some simple exercises with powerful lesson. *Journal of Statistics Education*, 12 (2). Recuperado el 25 de enero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v12n2/melton.html>
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: the case of Statistics. *Internacional Statistics Review*, 65, 123-165. Recuperado el 20 de febrero de 2005, de <http://www.stat.purdue.edu/~dsmoore/articles/PedagogyContent.pdf>
- Moreno-Armella, L. (2003). La enseñanza de la matemática: un enfoque constructivista. En J. A. Castorina, C. Coll, A. Díaz-Barriga, F. Díaz-Barriga, B. García, G. Hernández et al. (Eds.), *Piaget en la educación: Debate en torno a sus aportaciones* (pp. 165-193). México: Paidós Educador.
- Organista, J. y Cordero, G. (2006). Estadística y objetos de aprendizaje. Una experiencia in vivo. *Apertura*, 6 (5), 22-35.
- Organista, J. y Lavigne, G. (2006). Desarrollo y aplicación de lecciones de Estadística en-línea con objetos de aprendizaje en un ambiente universitario. *Actualidades Investigativas en Educación*, 6 (3), 1-18. Recuperado el 10 de febrero de 2007, de <http://revista.inie.ucr.ac.cr/>.
- Ottaviani, M.G. (1999, julio). *A note on developments and perspectives in statistics education*. Documento presentando en el IV Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística. Mendoza, Argentina. Recuperado el 25 de mayo de 2007, de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/about/ottargen.pdf>

- Ottaviani, M. G. y Batanero, C. (1999, agosto). The role of the IASE in developing statistical education. En IASE, *Proceedings of the ICCS-VI* (Vol. 11, pp. 171-186). Lahore, Pakistan: IASE.
- Palacios, J. (1981). *La cuestión escolar*. Barcelona: Laia.
- Parker, M. y Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65 (4), 421-481.
- Piaget, J. (1973). *Seis estudios de psicología* (4ta. ed.). Buenos Aires: Ediciones Corregidor.
- Piaget, J. (1981). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Popham, W. (2000). *Modern educational measurement: Practical guidelines for educational leaders* (3ra. ed.). Needham, Estados Unidos de América: Allyn & Bacon.
- Pozo, J. I. (1996). *Teorías cognitivas del aprendizaje* (4ta. ed.). Madrid: Morata.
- Real Academia Española. (2001a). Actitud. En *Diccionario de la lengua española* (22ª. ed.). Recuperado el 18 de febrero de 2007, de <http://buscon.rae.es>
- Real Academia Española. (2001b). Didáctica. En *Diccionario de la lengua española* (22ª. ed.). Recuperado el 28 de abril de 2007, de <http://buscon.rae.es>
- Real Academia Española. (2001c). Estadística. En *Diccionario de la lengua española* (22ª. ed.). Recuperado el 23 de abril de 2007, de <http://buscon.rae.es>
- Reid, A. y Petocz, P. (2002). Students' conception of Statistics: a phenomenographic study. *Journal of Statistics Education*, 10 (2). Recuperado el 6 de mayo de 2007, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n2/reid.html>
- Ríos-Carrasco, M. V. y Abascal-Fernández, J. A. (2001). Modelo constructivista-contextual del aprendizaje: Vygotski y Bruner. En M. V. Trianes-Torres y J. A. Gallardo-Cruz (Coords.), *Psicología de la educación y del desarrollo* (pp. 401-421). Salamanca: Pirámide.

- Roiter, K. y Petocz, P. (1996). Introductory statistics courses-A new way of thinking. *Journal of Statistics Education*, 4 (2). Recuperado el 23 de febrero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v4n2/roiter.html>
- Santaló, L. A., Varela, L. N. y Guasco, M. J. (1986). *Matemática: metodología de la enseñanza* (Vol. 1). Buenos Aires: Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Prociencia.
- Schau, C., Stevens, J., Dauphinee, T. L. y Del Vecchio, A. (1995). The development and validation of the Survey of Attitudes Towards Statistics. *Educational and Psychological Measurement*, 55 (5), 868-875.
- Sierra, F. (1998). Función y sentido de la entrevista cualitativa en investigación social. En J. Galindo (Coord.), *Técnicas de investigación social, cultura y comunicación* (pp. 277-345). México: Consejo Nacional para la Cultura y las Artes-Addison Wesley Longman.
- Smith, G. (1998). Learning by doing statistics. *Journal of Statistics Education*, 6 (3). Recuperado el 25 de enero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v6n3/smith.html>
- Smith-Gratto, K. (2000). Strengthening Learning on the web: Programmed instruction and Constructivism. En B. Abbey (Ed.) *Instructional and cognitive impacts of web-based education* (pp. 227-240). Hershey, PA. Estados Unidos de América: Idea Group Publishing.
- Steinhorst, R. y Keeler, C. (1995). Developing material for introductory statistics courses from conceptual, active learning viewpoint. *Journal of Statistics Education*, 3 (3). Recuperado el 25 de febrero de 2005, de <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n3/steinhorst.html>
- Tirado, F. y Backhoff, E. (1999). La compleja elaboración de exámenes, 16 razones para utilizar la opción “no sé”. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 4 (7), 13-26. Recuperado el 10 de marzo de 2005, de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/140/14000702.pdf>

- Tudge, J. y Rogoff, B. (1996). Influencias entre iguales en el desarrollo cognitivo: perspectiva piagetiana y vigotskiana. En P. Fernández y M. Á. Melero (Comps.), *La interacción social en contextos educativos* (pp. 99-133). México: Siglo XXI Editores.
- Universidad Autónoma de Baja California. (2003). *Plan de Desarrollo Institucional 2003-2006*. Mexicali: Autor.
- Universidad Autónoma de Baja California (abril 2004). *Programa de asignatura Estadística Descriptiva*. Manuscrito no publicado, Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales, Ensenada, Baja California, México.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós.
- Wikipedia, *La enciclopedia libre*. (2007, 4 de mayo). Estadística. Recuperado el 5 de mayo de 2007, de <http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Estad%C3%ADstica&oldid=8561296>
- Woolfolk, A. (1999). *Psicología educativa* (7ma. ed.). México: Pearson.
- Zimmer, J. C. y Fuller, D. K. (1996, noviembre). *Factors affecting undergraduate performance in Statistics: a review of literature*. Documento presentado en Meeting of the Mid-South Educational Research Association. Tuscaloosa, Alabama, Estados Unidos de América.
- Zurbano, E., Corral, C. y Díaz, I. (2003, abril). *Un indicador privilegiado: el porcentaje*. Documento presentado en el 27º Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa, Lérida, España. Recuperado el 6 de junio de 2005, de http://web.udl.es/usuaris/seio2003/treballs/05_2_5.pdf

ANEXO A

Examen diagnóstico



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
Maestría en Ciencias Educativas



Diagnóstico

El presente diagnóstico forma parte de una experiencia didáctica que tiene como fin la búsqueda de mejores métodos para el aprendizaje de la Estadística básica a nivel universitario. La información que proporcionas será de sumo interés y utilidad para el éxito de la experiencia. Muchas gracias por tu colaboración.

Instrucciones: A continuación, encontrarás una serie de preguntas, por favor, lee con atención y pon tu mayor empeño para responder. Cada pregunta de este diagnóstico contiene cinco opciones de respuesta de las cuales una y sólo una es la mejor. Lee atentamente y selecciona la letra (**a**, **b**, **c**, **d**) que consideres como mejor opción para cada ejercicio y escríbela en la hoja adjunta en la fila del número de pregunta a responder. Si no sabes cuál es la opción mejor, opta por “No sé” (opción **e**).

Aquí tienes un ejemplo:

0. Dada la operación: $(-2)^4$, su resultado es:

- a) -16
- b) - 8
- c) 8
- d) 16
- e) No sé.

➤ Nota: La opción d) es la correcta.

1. Se han colocado 6,000 litros de agua en un estanque, los cuales representan $\frac{3}{5}$ de su capacidad total. De esto podemos deducir que el estanque tiene una capacidad total (en litros) de:

- a) 4,200
- b) 10,000
- c) 15,000
- d) 30,000
- e) No sé.

2. 36 es el 15% de:

- a) 5.4
- b) 41.67
- c) 54

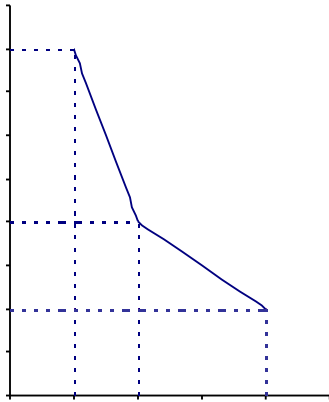
- d) 240
- e) No sé.

3. Dada la siguiente proporción: $\frac{30}{4} = \frac{12}{x}$, el valor de x que la verifica es:

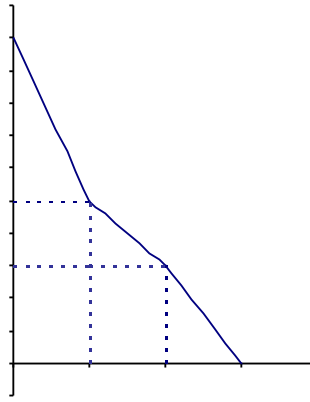
- a) 0.625
- b) 1.6
- c) 90
- d) uno distinto de las opciones anteriores.
- e) No sé.

4. De las siguientes gráficas, solamente una de ellas representa una proporcionalidad directa (o regla de tres directa) ¿cuál es?

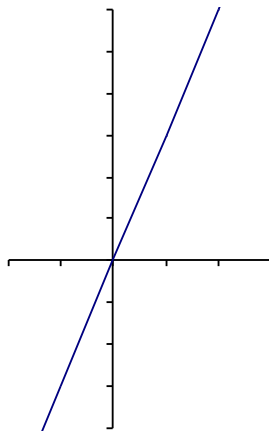
a)



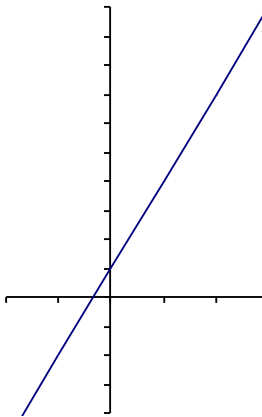
b)



c)



d)



e) No sé.

5. Un ciclista recorre 70 km en 2 horas (manteniendo siempre la misma velocidad). En $1\frac{1}{2}$ hora recorrerá:

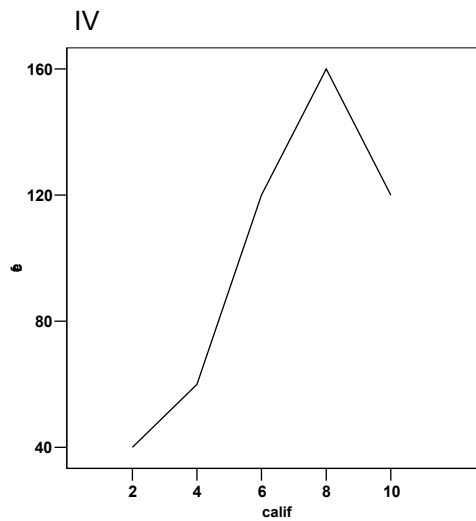
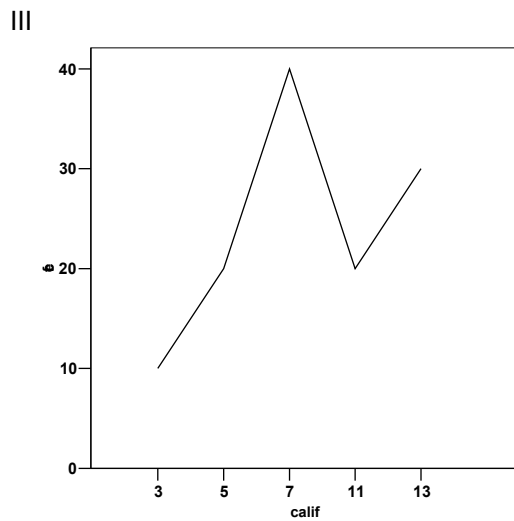
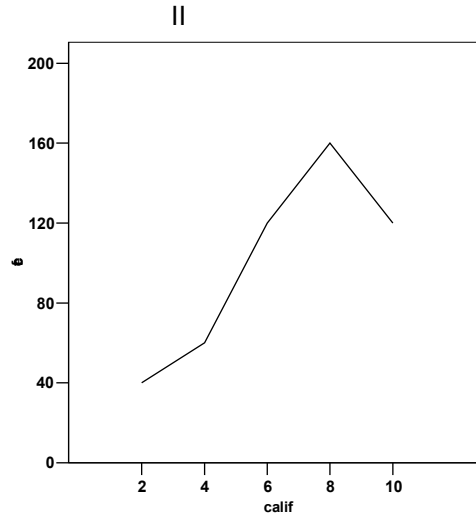
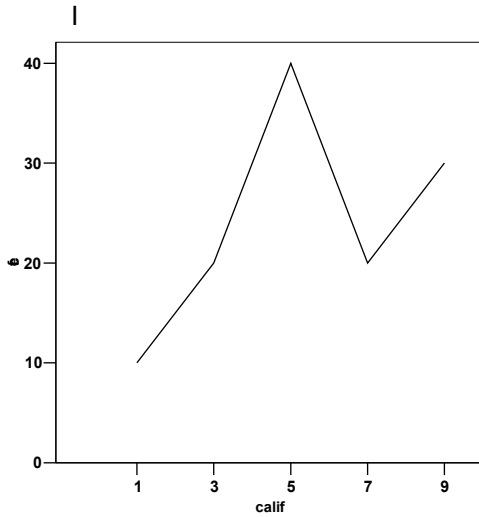
- a) 17.5 km.
- b) 35 km.

- c) 52.5 km.
d) una cantidad de km distinta de las opciones anteriores.
e) No sé.
6. Juan, Pedro y Santiago coleccionan figuras de acción. Juan ya tiene $\frac{4}{9}$ del total; Pedro, $\frac{2}{3}$ de la colección y Santiago, $\frac{5}{8}$ de la misma. ¿Quién tiene más?
- a) Juan.
b) Pedro.
c) Santiago.
d) No se puede determinar con esos datos.
e) No sé.
7. De 240 estudiantes de medicina, 30 son mujeres mayores de 35 años. Esta porción se expresa con la fracción:
- a) $\frac{30}{240}$
b) $\frac{240}{30}$
c) $\frac{35}{240}$
d) $\frac{240}{35}$
e) No sé.
8. El 12% de 510 es:
- a) 6.12
b) 61.2
c) 612
d) un valor diferente de los anteriores.
e) No sé.
9. Dada la expresión: “3 es menor o igual que x”. Esta expresión se puede expresar como desigualdad de la siguiente manera:
- a) $3 \leq x$
b) $3 < x$
c) $3 \geq x$

d) $3 > x$

e) No sé.

10. Observa los siguientes gráficos



Los que presentan error de escala son:

- a) I, II y III.
- b) I, II y IV.
- c) I, III y IV.
- d) II, III y IV.
- e) No sé.

11. La siguiente lista presenta las calificaciones de 20 exámenes de Estadística

6	5	7	8	9	8	6	5	4	7
6	10	10	5	8	7	5	4	9	4

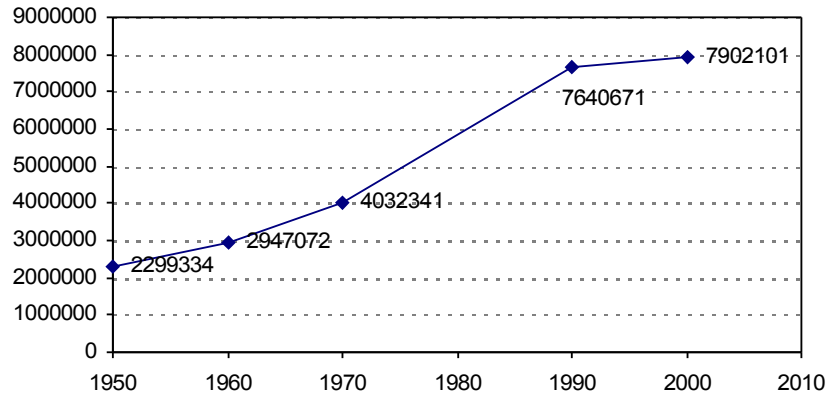
De la lista se puede inferir que:

- a) son trece las calificaciones superiores o iguales a 6.
- b) son trece las calificaciones superiores a 6.

- c) siete exámenes no superaron la calificación 6.
- d) diez exámenes tuvieron calificación inferior a 6.
- e) No sé.

12. Observa, con atención, la siguiente gráfica y la tabla

Población mexicana en edad escolar de 20 a 24 años, 1950 a 2000.



Porcentaje de la población mexicana de 20 a 24 años que asiste a la escuela, 1970 a 2000

Grupo de edad	1970	1990	2000
20 a 24 años	9.5	15.8	17.7

De acuerdo con la información anterior, en el 2000 la cantidad de personas de 20 a 24 años que asistió a la escuela fue, aproximadamente:

- a) 17.7
 - b) 1 398 671
 - c) 7 902 101
 - d) 139 867 187
 - e) No sé.
13. Dada la siguiente expresión: “ x está comprendido entre -5 y 1 ”. Esta expresión se puede expresar como desigualdad de la siguiente manera:

- a) $-5 < x < 1$
- b) $-5 \leq x \leq 1$
- c) $-5 > x > 1$
- d) $-5 \geq x \geq 1$
- e) No sé.

14. Si un equipo de basquetbol ha encestado 7 tiros libres de 20 intentos, su porcentaje de aciertos es:

- a) 0.35 %
- b) 2.87 %

- c) 28.7 %
- d) 35 %
- e) no sé.

15. “Un comerciante, tras realizar un curso de Marketing, y decidido a incrementar sus ventas a la vez que mantenía el margen de beneficio, aumentó los precios de sus productos un 25%, ofreciendo posteriormente a sus clientes un descuento del 25%. Después de ambas operaciones, lo que se consigue es:

- a) que no se puede determinar el porcentaje de beneficio sin conocer el precio original del producto.
- b) un aumento del precio original del producto.
- c) el mismo precio original del producto.
- d) una rebaja del precio original del producto.
- e) No sé.

16. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$?

- a) $\frac{2}{5}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{5}{6}$
- d) $\frac{1}{5}$
- e) No sé.

17. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$?

- a) $\frac{1}{6}$
- b) $\frac{3}{8}$
- c) $\frac{8}{3}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) No sé.

- 18.** Se dice que dos magnitudes (cantidades) son directamente proporcionales si:
- a) al crecer una de ellas, la otra también crece (según la regla: a más, más).
 - b) al crecer una de ellas, la otra decrece (según la regla: a más, menos).
 - c) al multiplicar una de ellas por una razón, la otra se multiplica por la misma razón.
 - d) al multiplicar una de ellas por una razón, la otra se divide por la misma razón.
 - e) No sé.
- 19.** Según las estadísticas, el 75% de los mexicanos consume refrescos con las comidas. Esto significa que:
- a) 3 de cada 4 mexicanos consumen refrescos con las comidas.
 - b) 75 mexicanos consumen refrescos con las comidas.
 - c) se entrevistaron 100 mexicanos y, de ellos, 75 consumen refrescos con las comidas.
 - d) de cada 100 comidas, en 75 se consumen refrescos.
 - e) No sé.
- 20.** El resultado de sumar: $0.315 + 21.69$ es:
- a) 2.484
 - b) 22.005
 - c) 24.84
 - d) otro valor distinto de los anteriores.
 - e) No sé.
- 21.** El resultado de restar: $61.69 - 4.225$ es:
- a) 19.44
 - b) 29.44
 - c) 57.465
 - d) 67.465
 - e) No sé.
- 22.** La expresión decimal correspondiente a la fracción: $\frac{5}{8}$ es:
- a) 0.6
 - b) 0.625
 - c) 1.6
 - d) 6.25
 - e) No sé.

23. Dada la siguiente tabla:

Población mexicana en edad escolar de 3 a 24 años por grupos de edad, 1950 a 2000

Grupos de edad	1950	1960	1970	1990	2000
Total	13 354 848	18 559 022	26 571 276	42 801 821	45 460 324
3 a 5 años	2 421 079	3 559 869	5 052 664	6 472 877	6 696 125
6 a 12 años	4 844 511	6 894 013	10 038 284	14 701 697	15 494 206
13 a 15 años	1 728 160	2 376 545	3 494 653	6 157 413	6 296 758
16 a 19 años	2 061 764	2 781 523	3 953 334	7 640 671	7 902 101
20 a 24 años	2 299 334	2 947 072	4 032 341	7 829 163	9 071 134

El valor que corresponde a la **cuarta columna** y la **quinta fila** es:

- a) 14 701 697
- b) 7 902 101
- c) 7 640 671
- d) 3 494 653
- e) No sé.

24. La definición: “característica, propiedad o atributo de interés sobre cada elemento de una población o muestra”, corresponde al concepto:

- a) Dato
- b) Individuo
- c) Parámetro
- d) Variable
- e) No sé.



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
 Maestría en Ciencias Educativas



Diagnóstico

Hoja de respuestas

Instrucciones: En el diagnóstico encontrarás una serie de preguntas, cada una tiene cinco opciones de respuesta de las cuales una y sólo una es la mejor.
 Lee atentamente y selecciona la letra **(a, b, c, d)** que consideres como mejor respuesta para cada ejercicio y marca con una X en esta hoja adjunta en la fila del número de pregunta a responder.
 Si no sabes cuál es la opción mejor, opta por “No sé” (opción **e**).
Como ejemplo tienes el ejercicio 0.

00	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
01	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
02	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
03	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
04	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
05	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
06	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
07	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
08	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
09	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
10	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
11	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
12	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
13	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
14	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
15	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
16	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
17	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
18	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
19	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
20	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
21	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
22	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)

23	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
24	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)

ANEXO B

Guía de apoyo didáctico para el docente

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA



Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales

Lic. en Ciencias de la Comunicación – Lic. en Sociología – Lic. en Psicología –
Lic. en Ciencias de la Educación

Asignatura: Estadística Descriptiva

Tema: Distribución de frecuencias

GUÍA DE APOYO DIDÁCTICO PARA EL DOCENTE

Índice

	Página
Introducción.....	B - 04
Fundamentos de la didáctica.....	B - 04
Teorías de la equilibración y de los estadios.....	B - 04
Aprendizaje por recepción vs. aprendizaje por descubrimiento.....	B - 06
Aprendizaje y el entorno social.....	B - 09
Rol del maestro.....	B - 10
Rol del estudiante.....	B - 11
Respuestas a ejercicios del cuaderno del estudiante.....	B - 13
Referencias.....	B - 26

• Introducción

La Estadística es una rama de las matemáticas que ha cobrado auge con el desarrollo de la tecnología; además es indispensable en muchas ciencias e incluso en la vida cotidiana de este mundo globalizado en que vivimos. Sin embargo la enseñanza de Estadística y la investigación educativa en esta rama son aún incipientes en Latinoamérica.

Según lo revisado en la literatura, se puede decir que las teorías actuales en el campo de la didáctica de Estadística, son de corte constructivista. De ahí que el siguiente trabajo plantea una metodología constructivista para la enseñanza de Estadística básica en el nivel superior.

Con esta propuesta se desea realizar un primer acercamiento a la investigación didáctica de esta ciencia en un ámbito concreto como lo es la Universidad Autónoma de Baja California (UABC).

En esta didáctica, el rol del maestro es fundamental para el aprendizaje del alumno; por lo tanto es importante informarle y orientarlo en cuanto a los fundamentos que sustentan este estudio y acerca de cuál es su participación en el mismo.

• Fundamentos de la didáctica

El constructivismo, visto como una postura epistemológica, busca una explicación sobre la forma en que todo individuo aprende. Según Carretero (2004) y Moreno (2003), el constructivismo afirma que el ser humano no es un simple producto del ambiente ni el sencillo resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. Por lo tanto, según esta posición, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una *construcción* del ser humano.

Dentro de esta concepción, para esta experiencia, se consideraron especialmente aspectos de Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky. De la psicogénesis de Piaget, lo relacionado con las teorías de la equilibración y los estadios. Del cognitivismo desarrollado por Ausubel y Bruner se analizaron el aprendizaje por recepción y su opuesto, el aprendizaje por descubrimiento. De Vygotsky se tomó su aportación acerca del aprendizaje en interacción con los demás a través de la zona del desarrollo próximo.

A continuación, se explican dichos aspectos.

Teorías de la equilibración y de los estadios

Según Hernández (1998), los aspectos centrales del constructivismo genético piagetiano son dos: la **teoría de la equilibración** y la **teoría de los estadios**. Estos dos aspectos básicos son los que se tienen en cuenta para la fundamentación de este estudio. A continuación se presentan algunos conceptos necesarios para su comprensión y aplicación posterior.

¿Cómo se aprende, según Piaget? El sujeto trata de adaptarse al medio; cuando un concepto nuevo se presenta sobre otros ya existentes, se genera un *conflicto cognitivo* o *desequilibrio* en su estado mental que se resuelve mediante un proceso de *equilibración* entre la *asimilación* (cuando el sujeto interpreta la información que proviene del medio en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles) y la *acomodación* (cuando se modifica el esquema asimilador o se crean otros en respuesta a la nueva información) (Batanero, 2001a, 2001b; Pozo, 1996).

Por otro lado, según lo plantea la teoría psicogenética de Piaget, en general, los individuos, a partir de la adolescencia desarrollarían la etapa de las *operaciones formales* (desligadas de la manipulación concreta) donde pueden acceder al razonamiento hipotético deductivo; es decir, pueden resolver problemas sistemáticamente, planear y agrupar representaciones abstractas sin un apoyo necesariamente concreto (Palacios, 1981). Ante un problema determinado, el alumno se plantea todas las posibilidades de interacción o combinaciones que pueden darse entre los elementos de un problema, en vez de usar sólo términos concretos. El lenguaje juega un papel fundamental para representar la abstracción que tienen los conceptos y trabajar con proposiciones de un problema (Carretero, 2004).

Esta investigación se fundamenta en que el estudiante aprende cuando pone en juego sus esquemas previos (*acción*) y, si éstos no son suficientes (*desequilibrio*), puede generar otros nuevos por medio de un proceso de asimilación-acomodación hasta lograr el *equilibrio*. También se busca explorar si los estudiantes han desarrollado el proceso de operaciones formales.

Como consecuencia de estos aspectos teóricos, se efectúa el examen diagnóstico que va a detectar cuáles son aquellos esquemas que yacen en los alumnos y así poder analizar la evolución de los distintos aprendizajes. El otro aspecto importante a tener en cuenta es el de proponer actividades que propicien el *desequilibrio* y así estimular una elevación en el nivel de estructuras hasta llegar

o consolidar las operaciones formales. Esto se pretende, especialmente, con los ejercicios y el problema final que aparecen en el cuaderno del estudiante.

Debido a la dificultad de adquirir un pensamiento formal, es importante estimularlo, a través de una ciencia como la Estadística, como así también, reforzar el aprendizaje con ejemplos y ejercicios concretos.

Aprendizaje por recepción vs. aprendizaje por descubrimiento

A continuación, se explican aspectos de la teoría ausubeliana en contraste con la bruneriana y se obtienen conclusiones acerca de la aplicación de ambas en esta investigación.

Para poder identificar las dos posiciones de estos teóricos es necesario definir los tipos de aprendizaje que plantean. Según Ausubel *et al.* (1983), desde el punto de vista del desarrollo del aprendizaje escolar, la manera más importante de diferenciar los tipos de aprendizaje en el salón de clases consiste en formular dos dimensiones en los procesos, la primera que va desde el aprendizaje *por recepción* al aprendizaje *por descubrimiento* y la segunda, desde el aprendizaje *por repetición* hasta el *significativo*.

En el aprendizaje *por recepción*, el contenido total a aprender se presenta al alumno en su forma final. El estudiante debe internalizarlo o incorporarlo. En el aprendizaje *por descubrimiento* el alumno debe reorganizar la información, integrarla a su estructura cognoscitiva existente o transformarla de manera que se produzca el producto final deseado. De acuerdo con lo definido, los aprendizajes por recepción y por descubrimiento son dos tipos muy diferentes de procesos.

Por otro lado, hay aprendizaje *significativo* si se cumplen dos condiciones: a) el objeto de aprendizaje puede relacionarse, de modo sustancial (no literal) y no arbitrario, con lo que el alumno ya sabe y b) el estudiante adopta la actitud de aprendizaje significativo. Si faltara alguna de estas condiciones, se daría un aprendizaje *por repetición*, el estudiante incorporaría los conceptos o procedimientos, simplemente, de modo arbitrario (Ausubel *et al.*, 1983).

Carretero (2004) afirma que la aportación fundamental de Ausubel ha consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. Según Novak (1977, citado en Pozo, 1996), la mayor eficacia de este tipo de aprendizaje reside en tres grandes ventajas: producir una retención

más duradera de la información, facilitar nuevos aprendizajes relacionados y producir cambios profundos que perduran más allá del olvido de detalles concretos.

Ausubel *et al.* (1983) y Ausubel (2002), quienes promueven el *aprendizaje significativo por recepción* aseveran que éste requiere de una actitud de aprendizaje significativo y de la presentación al alumno de material *potencialmente significativo* (ver figura I). La última condición exige: a) que el material de aprendizaje en sí, debe estar relacionado de manera no arbitraria y sustancial con cualquier estructura cognoscitiva apropiada (es decir, que posea significado *lógico* en sí mismo) y b) que la estructura cognoscitiva del alumno contenga ideas de afianzamiento con las que el nuevo material pueda relacionarse. Dentro de este tipo de aprendizaje se encuentran el de los **conceptos** y el de **procedimientos**. Aprender un concepto significa comprender una regularidad que no se conocía. Aprender un procedimiento es adquirir un saber práctico, es equivalente a *saber hacer*.

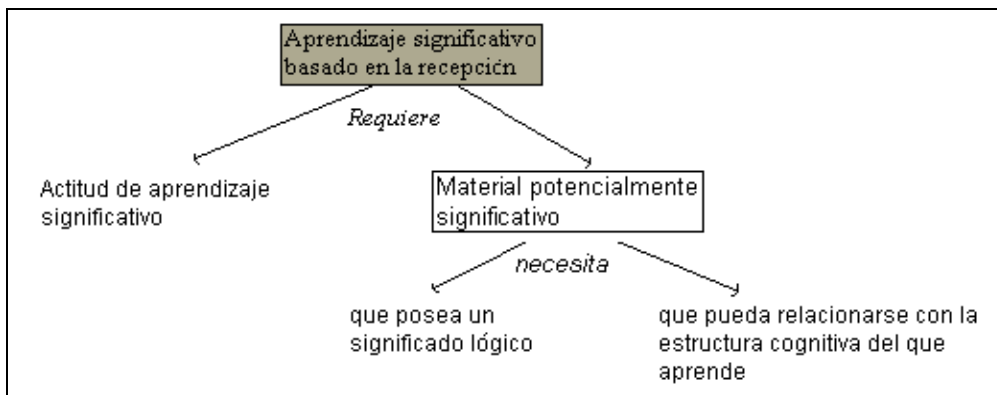


Figura I: Esquema de aprendizaje significativo por recepción

Otra característica fundamental de este tipo de aprendizaje es la de ser un proceso intrínsecamente *activo* porque requiere, al menos: a) un análisis cognitivo para determinar qué tipo de estructura cognitiva es pertinente al material nuevo a aprender, b) la percepción de similitudes y diferencias para resolver contradicciones aparentes o reales entre conceptos y proposiciones nuevos con los ya adquiridos y c) la reformulación del nuevo material en función del vocabulario propio del que aprende (Ausubel, 2002).

Ausubel analiza las causas por las que la enseñanza expositiva ha fallado y entre ellas menciona la presentación arbitraria de hechos no relacionados entre sí, sin ningún principio organizador. De este modo, Ausubel (2002) introduce la idea de **organizador previo** como un recurso pedagógico que ayuda a implementar los principios de la enseñanza expositiva y busca salvar la distancia entre lo que el estudiante sabe y lo que necesita saber para aprender el nuevo material de manera

activa y eficaz. El organizador previo se refiere a información de orden general que se presenta al estudiante antes de que éste se enfrente al material de aprendizaje.

Para la enseñanza de **conceptos** se deberá mostrar:

- a) Sus características críticas o atributos ontológicos, es decir lo necesario y suficiente para que sea lo que es y difiera de lo que no es.
- b) Su extensión mediante ejemplos y no ejemplos (contraejemplos y pseudo ejemplos)
- c) Su posición jerárquica o red conceptual (su taxonomía).

Para la enseñanza de **procedimientos** se seguirán los siguientes criterios:

- a) Satisfacer los requisitos teóricos y prácticos necesarios, los que entrarán en juego en el “nuevo” procedimiento (conceptos y procedimientos previos). Por lo tanto es necesario *garantizar* que se conozcan antes de iniciar el nuevo aprendizaje.
- b) Dominar las situaciones, lo que equivale a conocer su contexto de uso. El maestro debe entrenar en ese tipo de labor.
- c) Dominar la secuencia de operaciones, como el proceso final de su aprendizaje. Esta secuencia de operaciones puede ser vertical (simple) o ramificada (condicional) (Ausubel *et al.*, 1983; Ausubel, 2002).

Según la aportación de Ausubel, el diagnóstico es una herramienta eficaz para detectar el nivel de conocimientos previos existentes en el estudiante y así, encontrar elementos de anclaje con los cuales relacionar el nuevo material a aprender.

Del mismo modo, el cuaderno del estudiante pretende seguir los requisitos para la enseñanza de conceptos y procedimientos que presenta este científico; y usar, como organizador previo, el mapa conceptual sobre Estadística descriptiva incluido en dicho cuaderno. Con ello se pretende que el estudiante logre un aprendizaje significativo por recepción (su maestro será el expositor y el cuaderno, su ayuda de lectura).

Bruner, defensor del aprendizaje por descubrimiento, establece como estrategia el aprender haciendo y como herramienta principal, la **resolución de problemas**. Propone organizar la información en un *sistema de codificación* para jerarquizar los conceptos relacionados, de arriba

hacia abajo, desde los conceptos generales a los específicos, en ese orden. En este tema, es importante la aportación de Ausubel *et al.* (1983), quienes afirman que para que la resolución de problemas sea una experiencia genuinamente significativa debe satisfacer dos condiciones: a) fundarse en conceptos y principios claramente comprendidos y b) las operaciones constitutivas deben ser significativas por sí mismas.

El aprendizaje por descubrimiento será evaluado con el problema final del cuaderno del estudiante. Para una organización de la resolución del problema se considerarán los pasos que propone Polya (1965):

- a) Comprender el problema (datos, incógnitas, condiciones, suficiencia, etc.).
- b) Concebir un plan (problemas semejantes, problema más particular, otros datos apropiados, otra forma de plantear la incógnita, etc.).
- c) Ejecutar el plan (con la comprobación de cada paso).
- d) Visión retrospectiva (verificar resultado, razonamiento, generalización del método, otros caminos posibles, etc.).

Aprendizaje y el entorno social

Si bien Piaget, Bruner y Ausubel explican cómo aprende el individuo; no consideraron aquellos aspectos que surgen de la interrelación con otros individuos (maestro y compañeros) y su influencia en el aprendizaje.

Para este análisis se considera importante la aportación de Vygotsky. Según Carretero (2004), uno de los legados más importantes de Vygotsky es que los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.) se adquieren primero en un contexto social y luego se *internalizan*, es decir, esta internalización es producto de un determinado comportamiento cognitivo en un contexto social.

Vygotsky introdujo el concepto de la *zona del desarrollo próximo* que consiste en la “región” que está entre la edad mental del aprendiz y el nivel que alcanza al resolver problemas con ayuda (Vygotsky, 1995). De ahí que el estudiante sea visto como un ser social no sólo activo; sino también interactivo (Castorina, 2004). Según señala Vygotsky (cit. por Kohl, 2004) la relación que se da en el aprendizaje es fundamental, nunca ocurre en el individuo aislado; incluye al que

aprende, al que enseña y la relación entre ambos. Además, la propia lengua es el instrumento esencial en el proceso. El uso de la palabra interviene en la formación de conceptos; por medio de esta herramienta, el individuo puede luego asociar propiedades o hacer abstracciones de los objetos (Castorina, 2004).

Para las posiciones constructivistas, el aprendizaje no es sólo una actividad individual, sino también, social. Además, se ha comprobado que el alumno aprende de modo más eficaz cuando lo hace en un contexto de colaboración e intercambio con sus compañeros. Igualmente, se han precisado algunos de los mecanismos de carácter social que estimulan y favorecen el aprendizaje, como son las discusiones en grupo y el poder de la argumentación en la discrepancia entre alumnos que poseen distintos grados de conocimiento sobre un tema (Carretero, 2004).

La tabla I muestra los aspectos retomados de cada autor y sus aplicaciones en esta didáctica.

Tabla I. Conceptos que se consideran de cada científico y su aplicación en esta didáctica.

Constructivismo	Científico	Teoría	Aplicación
El conocimiento se construye	Piaget	Equilibración = Asimilación – acomodación. Pensamiento formal	Todo el cuaderno, especialmente los ejercicios. Graduación de dificultad. Ejercicios para pensamiento concreto y pensamiento formal
	Ausubel	Aprendizaje significativo por recepción	Maestro expositor del material. Requisitos del material para que sea significativo. Mapa conceptual.
Aprendizaje activo e interactivo	Bruner	Aprendizaje por descubrimiento	Resolución del problema final. Maestro guía.
	Vygotsky	Zona de desarrollo próximo. Lenguaje	Resolución de ejercicios en parejas. Problema final en grupo. Lenguaje: principal herramienta de comunicación.

• Rol del maestro

De acuerdo con esta didáctica, el maestro también construye, es el encargado de construir los medios para que el alumno aprenda (Moreno, 2003). En esta experiencia tiene un doble rol: expositor y guía.

Rol de expositor: deberá exponer cada tema, presentar los conceptos y procedimientos como lo detalla Ausubel. Los conceptos definidos claramente según sus características críticas, su extensión mediante ejemplos y su posición jerárquica dentro de la red conceptual. Para el

aprendizaje de procedimientos se pide al maestro que entrene a los estudiantes en el conocimiento del contexto de su uso, además de dominar la secuencia de operaciones.

El cuaderno del estudiante le proveerá de toda la información y organización del material, sólo debe guiarse por él y organizar su exposición según sus palabras o estilo personal. También es fundamental que dé espacio a preguntas una vez finalizada la exposición, para que los estudiantes puedan expresar posibles aspectos que no les quedaran claros. Es fundamental el lenguaje que utilice el maestro, debe ser un vocabulario claro y entendible por el alumno. No se debe olvidar que el lenguaje es el instrumento por excelencia para que se dé el aprendizaje.

Otro aspecto que interesa destacar es el punto 5 del cuaderno del estudiante donde se presenta una Estadística engañosa, debido a errores que se cometen en las gráficas. Es importante que el alumno comprenda la importancia de esos no-ejemplos, pues son comunes, confunden y aportan información errónea.

Rol de guía: el maestro debe cumplir ese rol cuando el estudiante resuelva ejercicios y durante el trabajo con el problema final. Debe tener cuidado de no aportar las soluciones durante el trabajo de los alumnos; sino de proporcionar algunas sugerencias, pistas, repreguntas que encaucen la resolución. Se considera fundamental que retroalimente a sus estudiantes y que cuide que éstos no se desalienten en el camino.

Otra tarea importante es la de supervisar que los grupos funcionen para que se produzca el aprendizaje dentro de ellos. Es conveniente que cada grupo de trabajo contenga tanto a los más aventajados como a aquellos que presentan ciertas dificultades para el aprendizaje de la Estadística.

• Rol del estudiante

Si bien ésta es una guía para el maestro, se cree necesario también conocer cuál es el rol de los estudiantes que son quienes interaccionan con él. Es importante señalar que el alumno siempre es **activo** (aun cuando esté escuchando la exposición de su maestro) e **interactivo** porque no está solo, sino que interacciona con el maestro y con sus pares. Se pretende que el alumno experimente un **aprendizaje significativo** y no, simplemente memorístico. Durante las exposiciones el alumno tendrá que incorporar los nuevos conceptos mediante el proceso de equilibración (asimilación-acomodación) y estructurar, en su mente, una red conceptual que los relacione y jerarquice. Este proceso pretende afianzarse durante la resolución de ejercicios.

El problema persigue el objetivo de incentivar el aprendizaje por descubrimiento, allí pondrá en juego los conocimientos adquiridos previamente y reorganizará su pensamiento para integrar la nueva información a su estructura cognoscitiva existente o lo transformará hasta llegar a un nuevo conocimiento.

En el aprendizaje en interacción el alumno tendrá un doble rol: como **aprendiz** cuando recibe la información de su maestro o si en su grupo de trabajo necesita de la ayuda de sus pares para comprender un tema, y como **enseñante**, si es el encargado de ayudar a que sus pares aprendan.

En síntesis, el alumno tiene un papel activo e interactivo, en la adquisición de un aprendizaje significativo, y a la vez un doble rol: de aprendiz y enseñante.

Respuestas a ejercicios del cuaderno del estudiante

Ejercicio 1 (página C-9)

- Representa 2 artículos comprados por cliente.
- Representa a 9 personas que compraron 3 artículos.
- 40 clientes (se suman las frecuencias).
- $1 \times 6 + 2 \times 10 + 3 \times 9 + 4 \times 8 + 5 \times 7 = 120$ artículos.
- El mayor número de artículos comprado por cliente es 5.

Ejercicio 2 (página C-9)

Se realizan ambas distribuciones de frecuencia.

a)

66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	N
1	3	2	1	3	7	5	5	0	0	0	1	28

b)

66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	N
3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	28

Parece sospechosa la segunda distribución (b), ya que las frecuencias están distribuidas totalmente uniformes. Parece más real la primera (a), donde abundan los hombres adultos que miden entre 71 y 73 pulgadas, mientras que en los extremos las frecuencias son menores. Se podría hacer el ejercicio con la clase y comparar.

Ejercicio 3 (página C-9)

- Para $d = 187 - 19 = 168$, podemos elegir una longitud total de 170, para así tener 10 intervalos de amplitud 17. Los intervalos pueden ser: [18, 35), [35, 52), [52, 69), [69, 86), [86, 103), [103, 120), [120, 137), [137, 154), [154, 171), [171, 188).
- Se puede elegir una longitud total de 168 ($d = 168$), ya que 168 es múltiplo de 12; ¡OJO! Hay que tener cuidado de incluir los extremos. [19, 33), [33, 47), [47, 61), [61, 75), [75, 89), [89, 103), [103, 117), [117, 131), [131, 145), [145, 159), [159, 173), [173, 187].

Ejercicio 4 (página C-10)

- $d = 1128 - 235 = 893$. Se puede elegir 900, mayor que 893 y múltiplo de 9. Cada intervalo tiene amplitud 100.

Intervalo (minutos)	f
[230, 330)	4
[330, 430)	9
[430, 530)	11
[530, 630)	9
[630, 730)	9
[730, 830)	6
[830, 930)	8
[930, 1030)	2
[1030, 1130)	2
N	60

- b) No es la única distribución posible. Se podría haber elegido la misma amplitud, y empezar con 229, por ejemplo. O también podría haberse elegido otra amplitud, por ejemplo 909, cada intervalo sería de amplitud 11. Etc.

Ejercicio 5 (página C-10)

Los intervalos no son del mismo rango, además no se conoce el máximo del último intervalo. Se recomienda usar entre 5 y 15 intervalos, aquí son 4.

Ejercicio 6 (página C-14)

- a) $y = 5, x = 35, z = 0.35$
 b) Los que no tienen caries son 25, es decir representan al 25% de la muestra (100 niños).
 c) Si 25 no tienen caries, 75 tienen caries, es decir el 75% de la muestra de 100 niños.

Ejercicio 7 (páginas C-14 y C-15)

Tabla XVII. Cantidad de etanol consumido por hombres

Etanol consumido por hombres (onzas)	Frecuencia relativa
0.0 – 0.9	0.019
1.0 – 1.9	0.071
2.0 – 2.9	0.118
3.0 – 3.9	0.171
4.0 – 4.9	0.087
5.0 – 9.9	0.273
10.0 – 14.9	0.091
15.0 o más	0.088

Tabla XVIII. Cantidad de etanol consumido por mujeres

Etanol consumido por mujeres (onzas)	Frecuencia relativa
0.0 – 0.9	0.010
1.0 – 1.9	0.072
2.0 – 2.9	0.173
3.0 – 3.9	0.265
4.0 – 4.9	0.042
5.0 – 9.9	0.278
10.0 – 14.9	0.060
15.0 o más	0.100

La mayor diferencia entre ambos sexos se da para los valores de etanol que están en el intervalo 3.0 – 3.9 donde el mayor consumo relativo es de la mujeres (aproximadamente el 9% más que en los hombres). Después para los intervalos 4.0 – 4.9 y 10.0 – 14.9 hay una diferencia relativa a favor de los hombres (4.5% y 3.1%, respectivamente). Para los otros intervalos, si bien se registran diferencias, no son mayores al 2%.

Ejercicio 8 (página C-18)

- a) 1075 estudiantes toman 15 o menos horas crédito.
 b) $N = 3570$
 $700 / 3570 = 0.196$. Aproximadamente el 19.6% tomó entre 14 y 15 horas crédito.
 c) Aproximadamente, como máximo toma 17 horas crédito. En realidad, el 80% corresponde a 2856 estudiantes. Hasta 17 horas son 2875 estudiantes (80.53%).
 d) $1050 / 3570 = 0.29$. Aproximadamente el 29%.

Ejercicio 9 (página C-18)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f	4	4	8	7	5	10	7	5
f _r	0.08	0.08	0.16	0.14	0.1	0.2	0.14	0.1
f _{ac}	4	8	16	23	28	38	45	50

Se considera que para $f = 1$, $f_r = 0.02$

Ejercicio 10 (páginas C-18 y C-19)

a)

Tabla XXIV. Distribución de respuestas correctas en un test

Respuestas correctas	Número de personas	f_r	f_{ac}
[0, 10)	40	0.067	40
[10, 20)	60	0.100	100
[20, 30)	75	0.125	175
[30, 40)	90	0.150	265
[40, 50)	105	0.175	370
[50, 60)	85	0.142	455
[60, 70)	80	0.133	535
[70, 80)	65	0.108	600
	600	1.000	

b) $600 - 455 = 145$

$145 / 600 = 0.242$, es decir aproximadamente el 24.2% contestó 60 o más preguntas correctamente.

c) $175 / 600 = 0.292$, es decir aproximadamente el 29.2% contestó menos de 30 preguntas correctamente.

d) $600 - 265 = 335$ (completar al menos el 50% del test, correctamente, significa contestar bien 40 o más preguntas).

$335 / 600 = 0.558$, es decir aproximadamente el 55.8% contestó al menos el 50% de las preguntas correctamente.

e) $100 / 600 = 0.167$, es decir aproximadamente el 16.7% no alcanzó a contestar el 25% del test correctamente. No alcanzar a contestar el 25% del test correctamente, significa contestar bien menos de 20 preguntas.

Ejercicio 11 (página C-22)

La opción c) es la correcta.

Ejercicio 12 (páginas C-22 y C-23)

a)

Galleta	f
Chispas chocolate	208
Avena con pasas	40
Mantequilla de cacahuete	36
Avena	28
Azúcar	16
Melaza	16
Avena con chocolate	12
otras	44
N	400

b) Las cuatro variedades serían: chispas de chocolate, avena con pasas, mantequilla de cacahuete y avena.

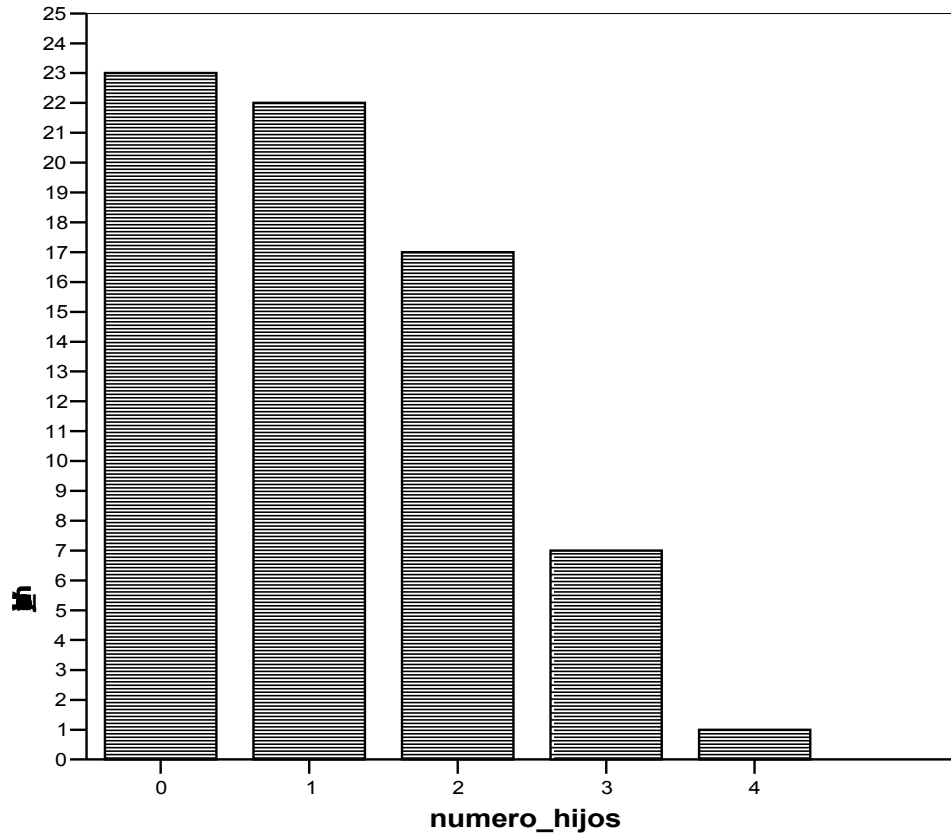
Ejercicio 13 (página C-26)

a) $23 + 22 + 17 + 7 + 1 = 70$

La información de 70 mujeres México-estadounidenses.

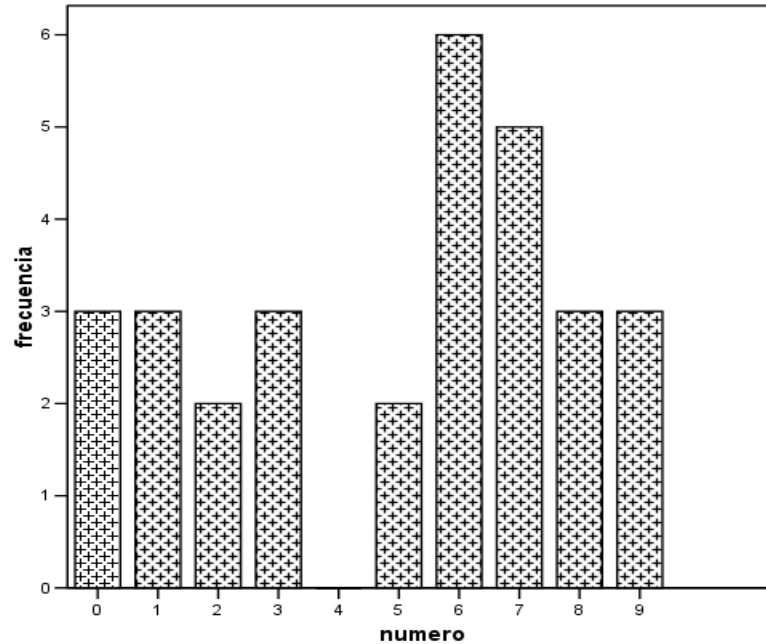
b) La primera columna refleja el tamaño de la familia y la segunda, la frecuencia.

c)



Ejercicio 14 (página C-26)

Número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
frecuencia	3	3	2	3	0	2	6	5	3	3	30

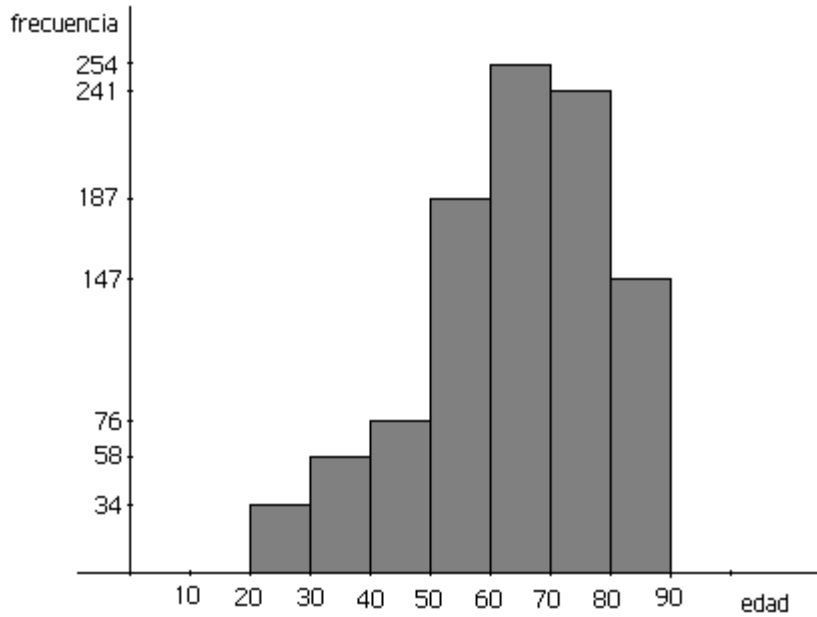


Ejercicio 15 (páginas C-31 y C-32)

- a) con sesgo a la izquierda.
- b) $31 - 1 = 30$, amplitud del intervalo.
- c) $(1 + 31)/2 = 16$
 $(31 + 61)/2 = 46$
 $(61 + 91)/2 = 76$
 $(91 + 121)/2 = 106$
 $(121 + 151)/2 = 136$
 $(151 + 181)/2 = 166$
- d) frecuencia = 5
- e) frecuencia = 24
- f) $15 + 21 + 24 + 9 + 5 + 1 = 75$ datos.

Ejercicio 16 (página C-32)

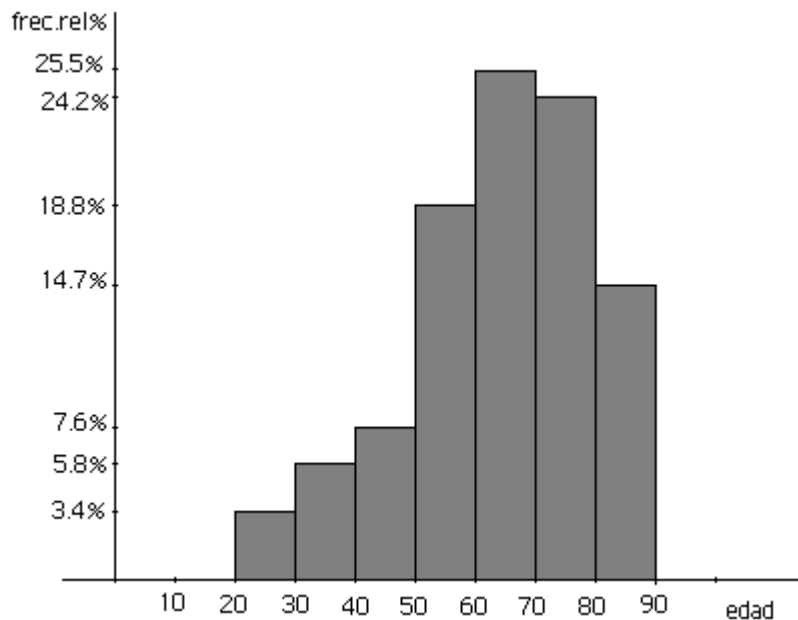
- a) Histograma es sesgado a la derecha.



b) Tabla de frecuencias relativas e histograma

Tabla XXVIII: Distribución de frecuencias de monjas católicas según su edad

Edad	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	N
Frecuencia	34	58	76	187	254	241	147	997
f_r	0.034	0.058	0.076	0.188	0.255	0.242	0.147	1

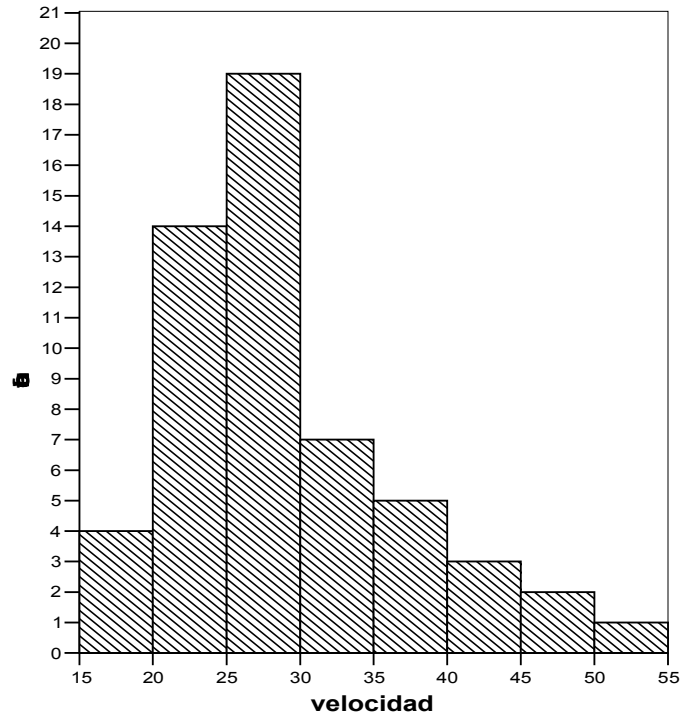


c) Los dos histogramas son relativamente iguales. Probablemente el concepto de frecuencia relativa porcentual permita una mejor comparación entre grupos de edad.

Ejercicio 17 (página C-32)

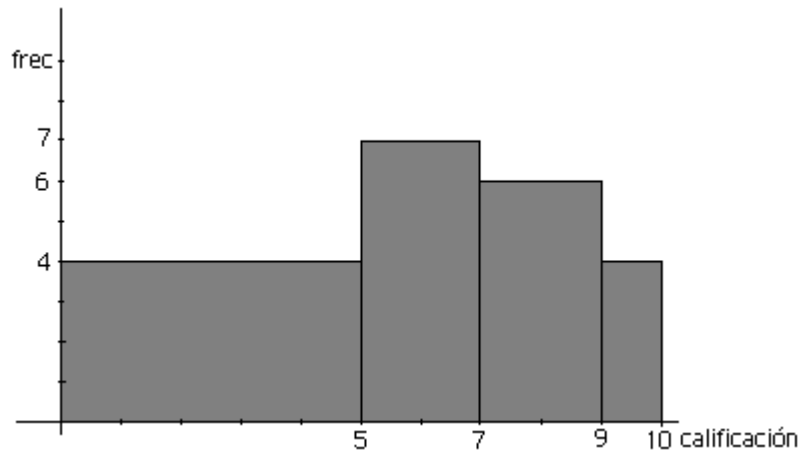
a) $52 - 16 = 36$, se puede elegir $40 = 8 \times 5$. Serían 8 intervalos de amplitud 5.

Intervalo	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45)	[45, 50)	[50, 55)	N
f	4	14	19	7	5	3	2	1	55
Marca de intervalo	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5	52.5	



Ejercicio 18 (página C-33)

Intervalo	f	Altura
[0, 5)	20	4
[5, 7)	14	7
[7, 9)	12	6
[9, 10)	4	4
N	50	



Ejercicio 19 (página C-33)

Se pueden buscar en Internet.

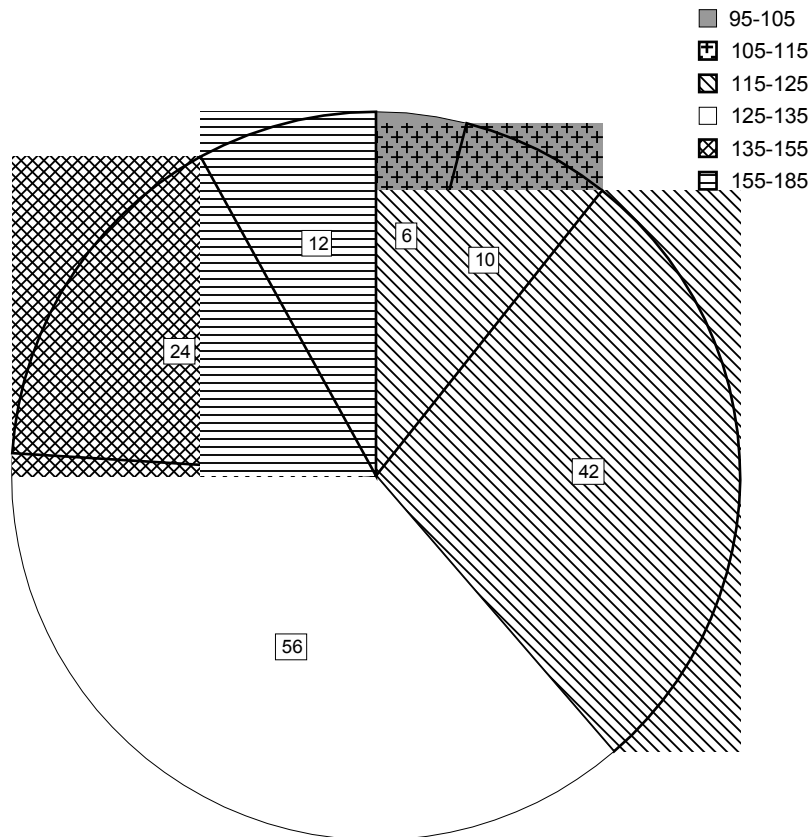
Ejercicio 20 (páginas C-33 y C-34)

a) y b)

Intervalo	f
95 – 105	6
105 – 115	10
115 – 125	42
125 – 135	56
135 – 155	24
155 – 185	12
N	150

c) 56 personas ganan entre 125,000 y 155,000 pesos.

d) Es recomendable el histograma porque el gráfico de pastel no refleja la existencia de intervalos de diferente amplitud.



Ejercicio 21 (página C-34)

Según la gráfica de la dieta A, pareciera que los pacientes se inclinan a tener valores entre 100 y 200, en su mayoría; mientras que se registra menor número entre 200 y 300.

Según la gráfica de la dieta B, la distribución es uniforme, se registran aproximadamente igual número desde 100 a 300.

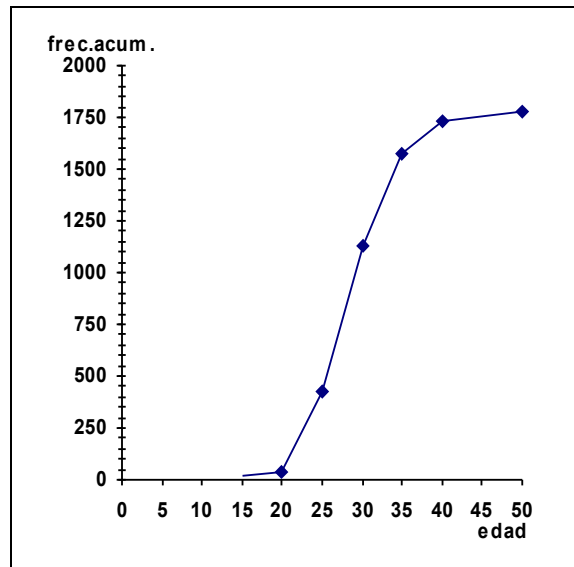
Según la gráfica de la dieta C, pareciera que los pacientes se inclinan a tener valores altos, entre 200 y 300; mientras que se registra un menor número entre 100 y 200.

Ejercicio 22 (páginas C-37 y C-38)

a)

Tabla XXIX. Distribución de nacimiento según edad de la madre

Edad (en años)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 50)
Número de nacimientos	40	386	700	450	160	40
frec.acum.	40	426	1126	1576	1736	1776



b) $40 + 386 + 700 = 1126$

$1126 / 1776 = 0.634$

Aproximadamente el 63.4% de los nacimientos se da en mujeres de 15 a 30 años.

c) $40 / 1776 = 0.022$

Aproximadamente el 2.2% de los nacimientos se da en mujeres de 40 a 50 años.

d) Ver gráfica para el 50%. Sería hasta los 27 años aproximadamente.

Ejercicio 23 (página C-38)

Intervalo	f
[0, 20)	4
[20, 40)	5
[40, 60)	5
[60, 80)	0
[80, 100)	6
N	20

Ejercicio 24 (página C-40)

La escala de frecuencias no empieza en 0.

La escala de años está mal graduada. La misma distancia entre 1962 – 1974, 1974 – 1980, 1980 – 1994.

La escala de años tampoco empieza en 0 y no está aclarado en el eje.

Ejercicio 25 (página C-40)

La escala del eje de las ordenadas no empieza en 0, sino en 100, es decir, se pierde la relación con el total y los crecimientos parecen mayores.

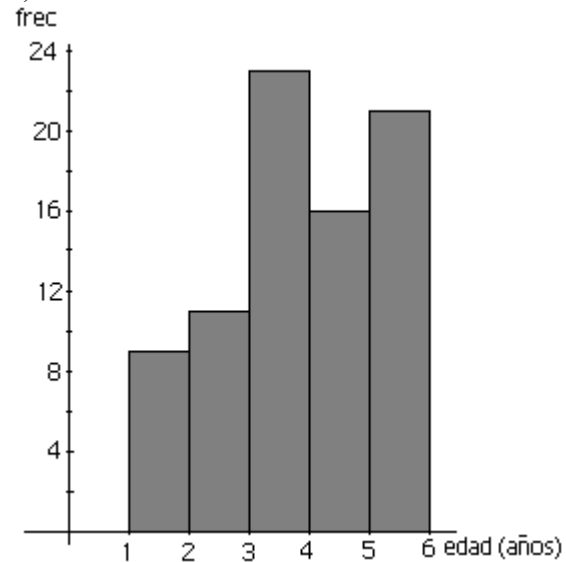
Ejercicio 26 (página C-42)

a) $9 + 11 + 23 + 16 + 21 = 80$

La muestra consta de 80 niños.

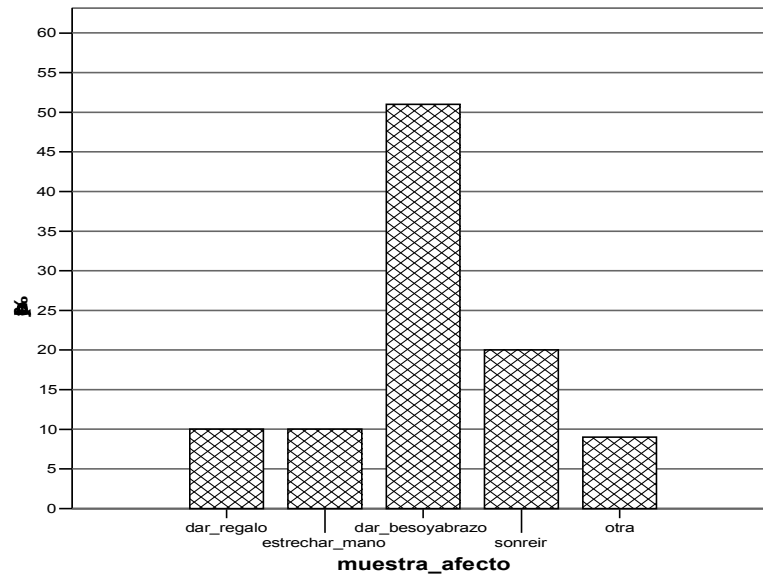
b) Se puede pensar que es de datos agrupados, ya que 1 significa todo el tiempo en que el niño tiene 1 año hasta el día anterior a cumplir 2 años, y así sucesivamente.

c)



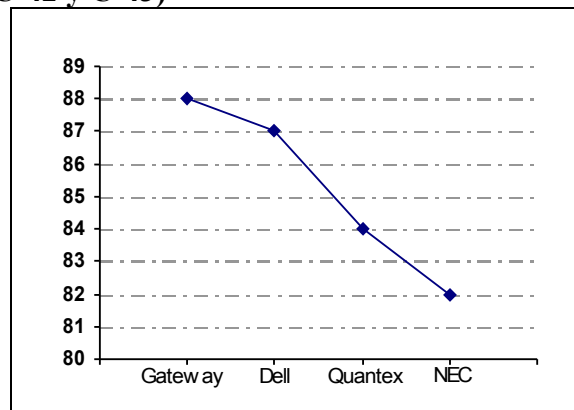
Ejercicio 27 (página C-42)

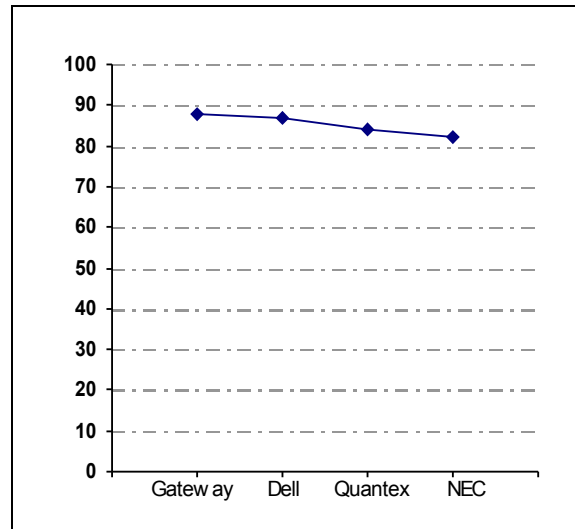
a)



b) Hacer trabajo en clase.

Ejercicio 28 (páginas C-42 y C-43)





Solución: se pueden hacer dos gráficas superpuestas como las que muestra el ejercicio 29 del cuaderno del estudiante.

Ejercicio 29 (página C-43)

Según la figura mayor, la tasa de desempleo durante agosto de 2004 a agosto de 2005 se mantiene en un rango que va desde el 3% al 4.4%. Si se compara con la tasa de años anteriores (desde el año 2000), se puede observar que, mientras que entre el 2000 y principios del 2003, la tasa de desempleo nunca sobrepasó el 3%, a partir de mediados de 2003 se aprecia una ligera alza que no sobrepasa el 4% hasta llegar a mediados de 2004 en el que pasa el 4%.

Es decir, comparado con años anteriores, durante el periodo a2004 – a2005 se observa un aumento de la tasa de desempleo, con respecto al periodo que inicia en el año 2000.

Ejercicio 30 (página C-43)

Hay muchas propuestas posibles, una podría ser:

(Miles de toneladas)	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Tipo de basura										
Total	30	31	29	30	30	30	31	32	32	34 603
Basura de comida, de jardines y materiales orgánicos similares	15	16	15	16	16	16	16	16	16	17 441
	987	747	339	008	219	104	500	859	590	

Preguntas posibles y sus respuestas:

1. ¿Cuánto creció la cantidad de basura desde 1995 hasta 2004?
2. ¿Hubo algún periodo donde la cantidad de basura disminuyó? Si es así, ¿cuándo y cuánto?
3. En 2004, ¿cuánto representa la basura de comida, jardines y materiales orgánicos similares con respecto al total?
4. ¿A qué crees que se debe el aumento de basura desde 1995 a 2004?
 1. Aumentó 4093 miles de toneladas, es decir el 13.41%
 2. En el periodo 1996-1997, 2687 miles de toneladas.
En el periodo 1999-2000, 219 mil toneladas.
 3. Representa el 50.40%, es decir la mitad del total de basura.
 4. Puede deberse al crecimiento de la población, al aumento de consumo per cápita, a la falta de conciencia ecológica sobre la generación de basura, etc.

Ejercicio 31 (páginas C-44)

Se podrían hacer tres gráficas circulares, una con los porcentajes de la población total, otra con los hombres y la tercera con las mujeres.

Ejercicio 32 (páginas C-44 y C-45)

Porcentajes de nacimientos en México y país europeo según edad de la madre

Edades	Porcentajes de nacimientos (México)	Porcentaje de nacimientos (país europeo)
Menores de 15	0.4	----
15 a 19	16.4	2.3
20 a 24	30.9	21.7
25 a 29	26.2	39.4
30 a 34	15.9	25.3
35 a 39	7.6	9.0
40 a 44	2.2	2.3
45 a 49	0.3	
50 años o más	0.1	----
Total	100.0	100.0

Informe: En México, se registra un mayor porcentaje de nacimientos en las mujeres jóvenes, desde los 15 a los 24 años, que en el país europeo. En el país europeo, la maternidad parece postergarse a las edades que van desde los 25 a 34 años. Si bien, la tasa de maternidad se reduce en ambos países para los intervalos de edad que van de los 35 a 49 años, es superior en el país europeo, especialmente en el rango de 35 a 39 años.

En resumen, el mayor porcentaje de nacimientos en México va desde los 15 a los 29 años (73.5%); el mayor porcentaje en el país europeo se da en entre los 20 y 34 años (86.4%).

Ejercicio 33 (página C-45)

Error de escala, no se respeta la escala de tiempo (en años); tampoco se comienza en cero y no se aclara en los ejes.

Referencias

- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian H. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2da. ed.). México: Trillas.
- Batanero, C. (2001a). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Educación Estadística de la Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2001b). *Presente y futuro de la educación estadística* (Proyecto BSO2000-1507). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Carretero, M. (2004). *Constructivismo y educación* (8va. ed.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- Castorina, J. (2004). El debate Piaget-Vigotsky: la búsqueda de un criterio para su evaluación. En J. Castorina, E. Ferreiro, M. Kohl y D. Lerner (Eds.), *Piaget-Vigotsky: aportes para replantear el debate*. (pp.9-44). Buenos Aires: Paidós.
- Hernández Rojas, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós.
- Kohl, M. (2004). Pensar la educación: las contribuciones de Vigotsky. En J. Castorina, E. Ferreiro, M. Kohl y D. Lerner (Eds.), *Piaget-Vigotsky: aportes para replantear el debate*. (pp.45-68). Buenos Aires: Paidós.
- Moreno, L. (2003). La enseñanza de la matemática: un enfoque constructivista. En C. Castorina, et al. (Eds.), *Piaget en la educación: Debate en torno a sus aportaciones*. (pp. 165-193) México: Paidós Educador.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J. (1996). *Teorías cognitivas del aprendizaje* (4ta. ed.). Madrid: Morata.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós.

ANEXO C

Cuaderno didáctico para el estudiante

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA



Facultad de Ciencias Administrativas y Sociales

Lic. en Ciencias de la Comunicación – Lic. en Sociología – Lic. en Psicología –
Lic. en Ciencias de la Educación

Asignatura: Estadística Descriptiva

Tema: Distribución de frecuencias

CUADERNO DIDÁCTICO DEL ESTUDIANTE

Ensenada, Baja California, julio de 2006

Este trabajo es parte del presentado por María Fabiana Ferreyra para la maestría en Ciencias Educativas cuyo tema es ***"Implementación y evaluación de un modelo didáctico, basado en enfoques constructivistas, para la enseñanza de Estadística en el nivel superior"***

Para información:

Responsable de la didáctica: María Fabiana Ferreyra
e-mail: fabianaferre@hotmail.com

Índice

	Página
Guía del estudiante.....	C-vi
Introducción.....	C-vii
I. Objetivos.....	C-vii
II. Contenido.....	C-vii
III. Enfoque pedagógico.....	C-viii
IV. Material pedagógico.....	C-viii
V. Bibliografía sugerida.....	C-viii
VI. Ruta de aprendizaje.....	C-ix
VI 1. Sugerencias de un camino a seguir.....	C-x
VI 2. Algunos elementos de tu cuaderno para tener en cuenta.....	C-xi
VII. Mapa conceptual.....	C-xiii
VIII. Evaluación.....	C-xiv
Glosario.....	C-xv
Glosario de términos.....	C-xvi
Glosario de símbolos.....	C-xx
Instrucción.....	C-xxi
Distribución de frecuencias.....	C-01
1. Distribución de frecuencias absolutas.....	C-01
2. Distribución de frecuencias relativas.....	C-10
3. Distribución de frecuencias acumuladas.....	C-15
4. Graficas.....	C-19
Grafica de pastel.....	C-19
Grafica de barras.....	C-23
Histograma.....	C-26
Polígono de frecuencias.....	C-35
5. Estadística engañosa.....	C-38
Ejercicios finales.....	C-42
Problema final.....	C-45

Tabla I: Estructura del cuaderno del estudiante

<p>Guía del estudiante En una breve introducción se presenta el cuaderno al estudiante, donde se le explica el objetivo del mismo y de dónde surgen los contenidos a tratar.</p>
<p>I. Objetivos La lista de objetivos tiene el fin de que el alumno conozca claramente cuáles son las metas a alcanzar en este curso y pueda verificar, al final del mismo, si lo logró.</p>
<p>II. Contenido Se presenta el contenido a aprender, acorde con el programa de estudios de la materia y según la secuencia que se sigue en el curso.</p>
<p>III. Enfoque pedagógico Presentación breve del tipo de enfoque que tiene esta enseñanza, constructivista, y en qué consiste.</p>
<p>IV. Material pedagógico Aquí se detallan los materiales que necesita el estudiante para cursar esta unidad de Estadística Descriptiva.</p>
<p>V. Bibliografía sugerida Todos los libros, revistas o páginas web que se citan se pueden encontrar dentro de la universidad o en Internet, según el caso. Estos materiales pretenden ser un apoyo para el estudiante, para que éste encuentre fuentes de información, quizá con formas diferentes de explicar los temas tratados en clases, si lo requiriera.</p>
<p>VI. Ruta de aprendizaje Aquí se presentan algunas características propias de la estadística para indicar cuáles son los pasos a seguir para el aprendizaje del material. Se hacen algunas sugerencias para guiar el aprendizaje con este cuaderno.</p>
<p>VII. Mapa conceptual El mapa se elaboró con el fin de ubicar al estudiante en la jerarquía conceptual de la Estadística en la que se encuadra su aprendizaje y pueda establecer relaciones con anteriores y próximos aprendizajes.</p>
<p>VIII. Evaluación En este apartado se indica cómo se evaluará esta experiencia.</p>
<p>Glosario El glosario presenta una lista, con sus definiciones y comentarios, de conceptos que aparecen en el cuaderno y pueden parecer oscuros al estudiante. También se incluyen aquellos conceptos que se definen en el cuaderno de aprendizaje. Con el glosario se pretende tener un mini diccionario al que el estudiante pueda recurrir cuando necesite clarificar conceptos.</p>
<p>Instrucción Finalmente el desarrollo de los contenidos se presenta con los conceptos, procedimientos, ejemplos y actividades a desarrollar por el alumno. La secuencia que se sigue para cada concepto y su procedimiento (si existiera) es la siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> i) Contextualización del concepto ii) Definición del concepto iii) Ejemplos del concepto definido iv) Presentación del procedimiento asociado (si existiera) v) Requisitos teóricos y prácticos para poder aplicar el procedimiento vi) Contexto de uso del procedimiento vii) Secuencia de operaciones a realizar viii) Situaciones engañosas ix) Ejercicios x) Problema* <p>* El problema se presenta al final, después de desarrollar los temas de aprendizaje.</p>

GUÍA DEL ESTUDIANTE

INTRODUCCIÓN

Con este cuaderno deseamos ayudarte en el aprendizaje de distribución de frecuencias y sus gráficas correspondientes a la unidad II del programa de Estadística Descriptiva de la Facultad de Ciencias Humanas. Para ello, pretendemos tener en cuenta ciertas características que son propias de la Estadística. A continuación te presentamos la organización y la forma de utilizar el material. Esperamos que esta guía te sea útil y que te ayude a apreciar un poquito más esta materia dentro de tu carrera.

I. OBJETIVOS

- Conocer los conceptos de frecuencia absoluta simple y por intervalo, frecuencia relativa y frecuencia acumulada.
- Comprender las diferencias y los usos de los distintos conceptos de frecuencia (absoluta, relativa y acumulada).
- Agrupar los datos según los usos y objetivos del problema a considerar.
- Desarrollar gráficas de pastel, barras, histogramas y polígono.
- Interpretar gráficas de pastel, barras, histogramas y polígono.
- Decidir el tipo de representación tabular o gráfica conveniente, según la situación y las necesidades del problema que se considera.
- Elaborar, en grupos, una encuesta.
- Aplicar la encuesta elaborada.
- Analizar los resultados de la encuesta.

II. CONTENIDO: Distribución de frecuencias

- Distribución de frecuencias absolutas simples y agrupadas (o por intervalo).
- Distribución de frecuencias relativas y relativas porcentuales.
- Distribución de frecuencias acumuladas y acumuladas porcentuales.
- Gráficas de pastel, de barra, histogramas y poligonal.

III. ENFOQUE PEDAGÓGICO

Este trabajo está basado en un modelo didáctico constructivista. Pero... ¿qué es el constructivismo?

El constructivismo es una doctrina acerca de cómo el ser humano conoce; es decir, busca una explicación sobre la forma en que todo individuo aprende. El constructivismo afirma que el ser humano no es un simple producto del ambiente ni el sencillo resultado de sus capacidades internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. Se destaca la actividad del individuo en la comprensión y asignación de sentido a la información. Por lo tanto, según este enfoque el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una *construcción* del individuo; en este caso, una construcción de tu conocimiento que irás armando paso a paso en este curso, como estudiante de Estadística.

IV. MATERIAL PEDAGÓGICO

El material que necesitas para este curso es el cuaderno del estudiante que te facilitará tu profesor de la materia y los elementos básicos para escribir y graficar en una libreta.

Para consultar páginas web necesitas una computadora con acceso a Internet que puedes conseguir en la universidad si no tienes en tu casa.

También puedes optar por realizar las gráficas en SPSS o Excel, si conoces cómo usar dichos programas; pero esto último no es requisito para seguir ni aprobar el curso.

V. BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

Libros:

- Colera, J., Oliveira, Ma. J. y Fernández, S. (1997). *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I*. Madrid: Grupo Anaya.
- Freund, J. y Simon, G. (1994). *Estadística elemental* (8va. ed.). México: Prentice Hall.

- Guzmán, M. y Colera, J. (1989). *Matemáticas II: Curso de Orientación Universitaria*. Barcelona: Grupo Anaya.
- Guzmán, M., Colera, J. y Salvador, A. (1987). *Matemáticas: Bachillerato 1*. Barcelona: Grupo Anaya.
- Johnson, R. y Kuby, P. (2004). *Estadística elemental: lo esencial* (3era. ed.). México: Thomson.
- Pagano, R. (1999). *Estadística para las ciencias del comportamiento* (5ta. ed.). México: International Thomson Publishing.
- Triola, M. (2000). *Estadística elemental* (7ma. ed.). México: Addison Wesley Logman.

Páginas web relacionadas con el tema:

http://www.universidadabierta.edu.mx/SerEst/MAP/METODOS%20CUANTITATIVOS/PyE/tema_11.htm

http://www.cyta.com.ar/biblioteca/bddoc/bdlibros/guia_estadistica/index.htm

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/53-1-indice.html#HEAD>

<http://www.uaq.mx/matematicas/estadisticas/xstad02.html>

Sitio en Internet donde puedes encontrar gran número de ligas relacionadas con la Estadística:

<http://noppa5.pc.helsinki.fi/links.html>

VI. RUTA DE APRENDIZAJE

“Una persona no puede simplemente subirse a su automóvil, empezar a conducir y esperar hasta llegar al destino correcto. Debe saber hacia dónde se dirige y qué ruta tomar antes de iniciar el viaje.” (Johnson y Kuby, 2004, p. XX).

La Estadística es la ciencia de recolectar, describir e interpretar datos; tiene sus características propias y es importante que te familiarices con ellas. Posee un lenguaje propio (como cuando aprendes otro idioma), es acumulativa (lo que aprendas ahora te servirá como base para próximos aprendizajes en la materia), necesita que seas muy preciso en los cálculos (un error aparentemente insignificante puede llevarte a respuestas erróneas) y

es una asignatura práctica que sirve como herramienta para otras ciencias y que se aplica frecuentemente en la vida diaria.

En un primer momento te expusimos los objetivos que procuramos que alcances al terminar tu cuaderno, luego los contenidos que desarrollaremos. Nos parece fundamental también que sepas el modelo didáctico que seguirás para conseguir tu aprendizaje.

También te facilitamos una lista de los libros y páginas web donde se trata el tema. Los libros están a tu alcance, se encuentran en la biblioteca de Valle Dorado, en la Central de Ensenada o te los puede facilitar tu maestro.

Después de ello, te mostramos un mapa conceptual sobre la Estadística Descriptiva y sus elementos fundamentales. Allí aparecen sombreados aquellos temas que se tratarán en esta experiencia. El objeto del mapa es que ubiques los conceptos que vas a estudiar, es decir, cuál es su posición jerárquica dentro de la red conceptual.

Dado un marco de referencia del trabajo, comenzamos la instrucción. En cada punto definimos los **conceptos** a tratar, damos sus características críticas (las condiciones necesarias y suficientes para que el concepto sea tal y no otro) y presentamos una serie de ejemplos. También te presentamos los **procedimientos** que, usualmente, implican la aplicación de dichos conceptos. Allí te aclaramos los requisitos teóricos y prácticos que debes conocer para poder aplicarlos, el contexto de uso y las secuencias de operaciones a realizar.

Una vez concluida la exposición de cada apartado, tienes una serie de ejercicios para resolver individualmente o en parejas. Para concluir, se presenta un problema que resolverán en grupos de tres personas, según una previa selección.

VI. 1. Sugerencia de un camino a seguir:

Si bien, tú eres el constructor de tu propio conocimiento, nos atrevemos a darte algunas pautas que te pueden ayudar a organizar tu aprendizaje.

Primeramente, te recomendamos que leas y analices el mapa conceptual (figura I), donde te presentamos los conceptos a aprender, en su posición jerárquica y relaciones con los demás conceptos de la materia de Estadística Descriptiva. Cada vez que vayas a aprender un nuevo concepto puedes regresar al mapa y revisar relaciones.

Tu maestro anticipará los títulos de los temas de cada clase; de ese modo puedes dedicar de 15 a 20 minutos para leer, previamente, el material correspondiente en tu cuaderno. Puedes hacer anotaciones en el margen con alguna pregunta o comentario. El día de la clase tu maestro expondrá el tema y los conceptos que él presente ya no te serán del todo extraños; después de su exposición puedes hacerle las preguntas que consideres necesarias, si el tema no te quedó completamente claro.

Después de la exposición, es el momento de releer los materiales con mucha atención, subrayar, escribir comentarios, destacar los puntos importantes o discutir lo aprendido con tus compañeros. Resuelve los ejercicios solo(a) o de pares. En el transcurso de esta experiencia **es fundamental que consultes tus materiales, la bibliografía, a tus pares y/o maestros.**

Recuerda, también, que cuentas con el glosario para buscar el significado de conceptos, que aparecen en el cuaderno, desconoces su significado y necesitas comprender para aprender el tema.

Para la resolución del problema final, debes reunirte con un grupo (no más de cuatro personas), aclarar lo que tienen que hacer, cómo hacerlo y organizar las actividades a realizar. Deberán tener más reuniones posteriores para recoger los resultados de la encuesta y presentar el informe con un análisis de los resultados. Durante este proceso, recuerda que puedes consultar a tu maestro y demás materiales (cuaderno, libros, páginas de Internet, etc.)

VI.2. Algunos elementos de tu cuaderno, para tener en cuenta:

- ✓ Todos los conceptos clave aparecen enmarcados y en negritas con las definiciones correspondientes.
- ✓ Los ejemplos nos parecen fundamentales para un entendimiento más preciso de los conceptos y procedimientos en un contexto. En el caso de los procedimientos, los ejemplos están totalmente resueltos para ilustrar, paso a paso, el proceso de resolución.
- ✓ Los ejercicios relativos al tema, que resolverás en forma individual o en pareja, pretenden reforzar los contenidos de cada apartado. Las soluciones serán provistas por el profesor, ya sea en copias o con la resolución completa durante la clase, si fuera necesario.
- ✓ Las representaciones gráficas son esenciales en la Estadística, ilustran la teoría y sintetizan los datos en un formato fácil de visualizar. Pueden estar en forma de diagramas, tablas o gráficos; no las obviés. Es necesario ser

precauido con las gráficas; tener cuidado con las escalas de los ejes y la porción de curva que se considera, entre otras características que te señalaremos más adelante, ya que las gráficas se pueden hacer con maña, de modo que la idea que se transmita pueda cambiar y ser engañosa.

✓ El problema final presenta un grado mayor de dificultad, en esta etapa deseamos que sintetices todo lo aprendido en esta experiencia, que enriquezcas tus conocimientos con la colaboración de tus compañeros del grupo y que seas capaz de aplicar lo que aprendes en situaciones concretas relacionadas con tu carrera.

VIII. EVALUACIÓN

Esta experiencia de aprendizaje cuenta con dos evaluaciones: una inicial, antes de comenzar el curso y otra final, después de la experiencia.

En la primera evaluación resolverás un examen diagnóstico que no se considerará como parte de tu calificación, sino que tendrá el fin de determinar con qué tipo de conocimientos cuentas al comenzar el aprendizaje. En este momento también te pediremos que contestes una encuesta general sobre tu actitud hacia la Estadística.

En la etapa final resolverás un examen de conocimientos donde reflejes lo que has aprendido durante la experiencia. Te volveremos a pedir que contestes una encuesta sobre tu actitud hacia la Estadística y tu opinión acerca de la experiencia didáctica (la encuesta será anónima para garantizar la privacidad de tus respuestas).

GLOSARIO

Glosario de términos

Ángulo central: ángulo cuyo vértice coincide con el centro de una circunferencia y cuyos lados incluyen los radios de la misma.

Dato: valor de la variable asociado a un individuo de la población o muestra.

Ejes de coordenadas o ejes cartesianos: par de rectas que se cortan, generalmente en ángulo recto, y están graduadas en escala. Los ejes se usan para graficar relaciones entre variables.

Eje de abscisas: conocido como eje x o eje horizontal, sobre el que se sitúa la variable a analizar.

Eje de ordenadas: conocido como eje y o eje vertical, en Estadística se representan en él, las frecuencias o valores proporcionales a las mismas.

Estadística: ciencia de recolectar, describir y analizar datos.

Descriptiva: parte de la Estadística que incluye los procedimientos para organizar y presentar datos en forma útil y cómoda.

Inferencial: parte de la Estadística que incluye los procedimientos para llegar a generalizaciones o inferencias desde datos muestrales a toda la población.

Frecuencia

absoluta: número de veces que se repite un valor de la variable (o intervalo).

acumulada: número de individuos que hay hasta un valor (o intervalo) determinado. Se obtiene de sumar a la frecuencia de ese valor (o intervalo) las frecuencias anteriores.

acumulada porcentual: número de individuos que hay hasta un valor o intervalo determinado, en tantos por ciento. Se calcula dividiendo la frecuencia acumulada entre el total de individuos y luego se multiplica por 100.

relativa: fracción del total que representa la frecuencia absoluta de un valor (o intervalo) de la variable. Se obtiene de dividir la frecuencia absoluta del valor (o intervalo) entre el número total de individuos.

relativa porcentual: fracción del total que representa la frecuencia absoluta de un valor de la variable, en tantos por ciento. Es la frecuencia relativa multiplicada por 100.

distribución de: listado, generalmente expresado a través de una tabla que asocia cada valor de una variable con su frecuencia (absoluta, relativa o acumulada).

Gráfica

de barras: Gráfica en los ejes cartesianos. En el eje x se representan los valores de la variable; mientras que en el eje y , las frecuencias a través de barras. Sobre cada valor se eleva una barra con su

correspondiente frecuencia. Las barras quedan separadas entre sí para lograr un efecto de mejor visualización.

de pastel: gráfica circular donde las diferentes porciones muestran la cantidad de datos que pertenecen a cada valor como un sector de un círculo, proporcional a la frecuencia correspondiente.

Histograma: gráfica sobre los ejes cartesianos. Representa distribuciones de frecuencias absolutas o relativas por intervalos. En él aparecen rectángulos “pegados” uno a continuación del otro (para dar idea de continuidad), en vez de barras. Cuando la amplitud de cada intervalo no es la misma, lo que marca la frecuencia no es la altura de cada rectángulo, sino el área del mismo.

Simétrico o normal: cuando cortamos la distribución (por la mitad) con una recta paralela al eje de las ordenadas, doblamos imaginariamente por esa recta y los dos lados de la distribución quedan superpuestos (como en espejo).

Uniforme o rectangular: cuando cada intervalo aparece con igual frecuencia.

Sesgado: cuando los intervalos con mayor frecuencia se ubican en uno de los extremos de la distribución. Puede ser a derecha o izquierda.

Bimodal o de dos picos: cuando existen dos intervalos con las mayores frecuencias separados por uno o más intervalos.

Individuo: cada uno de los elementos que forman la población o muestra.

Intervalo: Siendo a y b dos números reales tales que a es menor que b ($a < b$), se llaman intervalos de extremo inferior a y extremo superior b a los subconjuntos de reales que se encuentran entre a y b .

Abierto: intervalo donde no se incluyen los extremos.

Cerrado: intervalo donde se incluyen los extremos.

extremo de: dado un intervalo cuya notación es: (a, b) , $[a, b]$, $(a, b]$ o $[a, b)$; se llama extremo inferior al número “ a ” y, extremo superior al número “ b ”.

marca de: punto medio de cada intervalo. Se calcula como la mitad de la suma de los extremos inferior y superior del intervalo.

rango o amplitud de: diferencia entre el extremo superior y el extremo inferior del mismo.

semiabierto o semicerrado: intervalo donde se incluye a uno de los extremos; pero no a los dos.

Muestra: subconjunto de la población, cuyo estudio sirve para inferir características de toda la población.

Número real: es cualquier número racional o irracional. Los números reales pueden expresarse en forma decimal mediante un número entero, un decimal exacto, un decimal periódico o un decimal con infinitas cifras no periódicas.

Es importante el hecho de que a cada punto de la recta le corresponde un número real y que cada número real tiene su lugar en la recta (correspondencia biunívoca), es decir que los números reales forman un continuo.

Población: conjunto de todos los individuos cuyo conocimiento interesa; por lo tanto es el conjunto sujeto de estudio.

Polígono de frecuencias: gráfica de una poligonal sobre los ejes cartesianos. En el eje x se representan los valores (o intervalos) de la variable; en el eje y , las frecuencias. En el caso de intervalos, sobre cada uno se eleva un segmento donde la frecuencia correspondiente al extremo inferior coincide con la frecuencia del intervalo inmediato anterior (para el primer intervalo se comienza en cero) y la frecuencia del intervalo corresponde al extremo superior del mismo. Esta gráfica se basa en la suposición de la frecuencia de cada intervalo se distribuye uniformemente a lo largo del mismo.

Porcentaje: Porcentaje o tanto por ciento, es un valor simbolizado por % y que representa la parte de un todo, el cual se utiliza de referencia como 100%.

Ejemplo: 3 es el 60% de 5, pues: $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$

Otro ejemplo: 6 es el 25% de 24, pues: $\frac{6}{24} = \frac{25}{100}$

Proporción: igualdad entre dos razones.

Razón: cociente entre dos números reales.

Sector circular: La parte de círculo limitada por dos radios y el arco comprendido entre ellos.

Variable: caracteres o aspectos que se desean estudiar en los individuos de una población. Cada carácter puede tomar distintos valores.

Cualitativa: variable que no toma valores numéricos.

nominal: variable cualitativa que categoriza (describe o identifica) un elemento de la población. No se puede medir ni ordenar.

ordinal: variable cualitativa que presenta una posición, o clasificación, ordenada.

cuantitativa: variable que toma valores numéricos.

continua: variable que puede tomar todos los valores de un intervalo de números reales.

discreta: variable que sólo puede tomar valores numéricos aislados, es decir, en un intervalo deja huecos entre dos valores cualesquiera.

valor de: modalidad que puede tomar la variable. Ejemplo 1: variable = "color de cabello" valores de la variable = "rubio", "castaño", "negro", etc. Ejemplo 2: variable = "calificación" valores de la variable = "1", "2", "3", ..., "9" y "10".

Glosario de símbolos

N: número total de individuos
f: frecuencia absoluta
 f_a : frecuencia acumulada
 $f_{a\%}$: frecuencia acumulada porcentual
 f_r : frecuencia relativa
 $f_{r\%}$: frecuencia relativa porcentual
[a ; b]: intervalo cerrado
(a , b): intervalo abierto
[a , b): intervalo semiabierto o semicerrado
(a , b]: intervalo semiabierto o semicerrado
<: menor
 \leq : menor o igual
>: mayor
 \geq : mayor o igual
máx: máximo
mín: mínimo

INSTRUCCIÓN

Distribución de frecuencias

Este cuaderno está dedicado a la distribución de frecuencias. Como ya lo habrás observado en el mapa conceptual, este tema es una de las partes fundamentales de la Estadística Descriptiva. Para un mejor desarrollo, hemos dividido el tema en cuatro conceptos: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia acumulada y las gráficas asociadas a las diferentes distribuciones. Finalmente, comentamos acerca de lo engañosa que puede ser la Estadística si se hacen cambios en la representación gráfica de los datos.

1. Distribución de frecuencias absolutas

Lo interesante de la Estadística es que maneja grandes conjuntos de datos. Si esos datos aparecen enlistados sin ningún orden, la información no resulta muy valiosa. Se necesita ordenarlos de manera que se conviertan en una colección clara y manejable. Para ello es útil la **distribución de frecuencias**.

Distribución de frecuencias absolutas

Es un listado, generalmente expresado a través de una tabla que asocia cada valor de una variable con su **frecuencia absoluta**.

Frecuencia absoluta es el número de veces que un valor se repite.

Notación: f

Para ilustrar el concepto de distribución de frecuencias absolutas, veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 1

La siguiente tabla muestra los resultados de una encuesta aplicada a 138 hombres del D. F. y del Estado de México acerca de las razones por las que consumen bebidas alcohólicas.

Tabla II. Motivos para beber expresados por 138 hombres mexicanos

Variable	Motivo para beber	f
Valores	Por diversión	54
	Le gusta el sabor	47
	Le gusta el efecto	18
	Es bueno para la salud	10
	Le da seguridad	6
	Lo necesita	3
	Número total de individuos	Total (N)

Número de repeticiones

Fuente: Revista del consumidor. Número 343. Septiembre de 2005

En la tabla I se puede leer que de 138 hombres mexicanos entrevistados, 54 dijeron que beben alcohol por diversión, 47 porque les gusta el sabor, 18 porque les gusta el efecto, etc. Observa que los datos se ordenaron de mayor a menor frecuencia.

Ejemplo 2

Se preguntó a un grupo de 50 alumnos de la carrera de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cobachula, cuál es su materia preferida.

Respuestas obtenidas:

alumno	materia	alumno	materia	alumno	materia	alumno	materia	alumno	materia
1	mat	11	eco	21	adm	31	inv	41	ind
2	mat	12	inv	22	ind	32	prob	42	eco
3	prob	13	mat	23	mat	33	adm	43	inv
4	eco	14	mat	24	prob	34	ind	44	prob
5	mat	15	prob	25	ind	35	ind	45	inv
6	eco	16	prob	26	mat	36	adm	46	ind
7	mat	17	ind	27	mat	37	inv	47	ind
8	adm	18	prob	28	mat	38	ind	48	prob
9	mat	19	eco	29	adm	39	ind	49	prob
10	prob	20	mat	30	ind	40	adm	50	inv

adm: Administración
 inv: Investigación de Operaciones

eco: Ingeniería Económica
 mat: Matemática

ind: Ingeniería Industrial
 prob: Probabilidad y Estadística

Tabla III. Encuesta realizada a 50 estudiantes de Ingeniería Industrial acerca de sus preferencias por las materias

Materia	Conteo de frecuencias	f
Administración		6
Ing. Económica		5
Ing. Industrial		11
Inv. de Operaciones		6
Matemática		12
Prob. y Estadística		10
Total (N)		50

¿Observaste que los datos se colocaron por orden alfabético de la materia?

La información de la última fila (N = 50) se obtiene de sumar todas las frecuencias y sirve para constatar que consideramos 50 datos (total de la muestra).

Ejemplo 3

La siguiente lista muestra las calificaciones obtenidas en un examen por 40 alumnos.

9	4	8	5	5	10	8	7	5	6
6	10	6	7	6	5	4	6	5	5
7	6	6	9	9	10	10	8	8	4
7	5	7	6	8	4	6	7	6	6

Construiremos la tabla de frecuencias con estas calificaciones, para ello contaremos las cantidades de cuatros, cincos, seises, etc.

Tabla IV. Distribución de calificaciones de un examen a 40 estudiantes

calificación	conteo de frecuencia	f
4		4
5		7
6		11
7		6
8		5
9		3
10		4
Total (N)		40

Así se entiende, fácilmente, que hubo once personas que obtuvieron un 6 de calificación, que hubo tres con la calificación de 9, etc.

Continuemos...

Cuando en una distribución, el número de valores que toma la variable es muy grande, cuando éstos son muy distintos (casi no coinciden unos con otros) o cuando la variable es continua y se pueden identificar infinitos valores en un segmento pequeño, conviene elaborar una tabla de frecuencias agrupándolos por intervalos. Antes de analizar otros ejemplos, vamos a aclarar qué es un intervalo y cómo se denota.

Intervalo

Siendo **a** y **b** dos números reales tales que **a** es menor que **b** ($a < b$), se llaman intervalos de **extremo inferior a** y **extremo superior b** a los subconjuntos de reales que se encuentran entre **a** y **b**.

Según se incluyan o no los extremos, los intervalos se clasifican en:

Intervalo abierto

Intervalo donde no se incluyen los extremos.

Notaciones: $a < x < b$ ó (a, b)

Ejemplo: $12 < x < 18$ ó $(12, 18)$.

Son todos los números que están entre 12 y 18, sin incluirlos.

Intervalo cerrado

Intervalo donde se incluyen los extremos.

Notaciones: $a \leq x \leq b$ ó $[a, b]$

Ejemplo: $12 \leq x \leq 18$ ó $[12, 18]$.

Son todos los números que están entre 12 y 18, incluidos el 12 y el 18.

Intervalo semi-abierto o semi-cerrado

Intervalo donde se incluye a uno de los extremos, pero no a los dos.

Notaciones: $a \leq x < b$ ó $[a, b)$ (no se incluye a b)
 $a < x \leq b$ ó $(a, b]$ (no se

incluye a a)

Ejemplo: $12 \leq x < 18$ ó $[12, 18)$.

Son todos los números que están entre 12 y 18, incluido el 12, sin incluir el 18.

Ejemplo: $12 < x \leq 18$ ó $(12, 18]$.

Son todos los números que están entre 12 y 18, sin incluir el 12, pero incluido el 18.

Aclaración: Otra notación muy frecuente en Estadística (y que usaremos en el curso) es separar los extremos con una raya.

Ejemplo: 12 - 18

En estos casos, se debe aclarar si se consideran o no los extremos o, estar seguros de que no existen datos en esos extremos que puedan prestarse a confusión.

Otra definición que nos será útil es la de **rango** o **amplitud** de un intervalo.

Rango o amplitud de un intervalo

Se llama rango de un intervalo a la diferencia entre el extremo superior y el extremo inferior del mismo.

Notación: $r = b - a$

Ejemplo 4

Las siguientes son las alturas (en centímetros) correspondientes a 40 estudiantes de una escuela preparatoria.

168	160	167	175	175	160	165	154	163	165
167	168	158	149	160	161	162	166	163	159
178	169	158	163	171	170	165	150	167	164
162	165	163	156	174	165	173	172	169	170

Vemos que resulta poco adecuado hacer una distribución como en el ejemplo anterior (ejemplo 3) porque hay más de veinte alturas diferentes. Vamos a ubicarlos en intervalos amplios, del siguiente modo:

Tabla V. Distribución de alturas de 40 estudiantes de una clase

Intervalo	frecuencia
145 - 150	1
150 - 155	2
155 - 160	4
160 - 165	11

165 - 170	13
170 - 175	6
175 - 180	3
Total (N)	40

Aclaración: Los valores que caen en los extremos de cada intervalo, por ejemplo: 150, se incluyen en el intervalo contiene números mayores, es decir el intervalo 150 - 155; **no** se incluye en el 145 - 150. Los intervalos se tomaron haciendo coincidir los extremos para que, más adelante, los gráficos correspondientes (histogramas) queden representados de modo continuo.

Pero...

¿Cómo hacer para agrupar los datos? ¿Cómo decidir la cantidad de intervalos y su tamaño? A continuación te presentamos algunos requisitos que deben cumplir las distribuciones de frecuencia y los pasos a seguir:

i) Requisitos:

- ✓ Los intervalos deben ser, en lo posible, del mismo rango.
- ✓ Los intervalos no deben superponerse, para que cada dato pertenezca solamente a un intervalo.
- ✓ Todos los datos deben estar representados en algún intervalo.
- ✓ Se recomienda usar entre 5 y 15 intervalos para una lista no superior a 125 datos. No existe una división única en intervalos, prueba con varias longitudes y elige la que, a tu juicio, te convenga según las condiciones del problema a resolver.

ii) Pasos:

1. Determina los valores máximo (**máx**) y mínimo (**mín**) de la distribución. Calcula su diferencia **d** (**d = máx - mín**).
2. Elige la cantidad de intervalos y la amplitud de cada uno (recuerda que deben ser entre 5 y 15 intervalos y que es preferible que sean de igual rango).
3. Se toma un rango de intervalo total que sea mayor que la diferencia **d** (del paso 1) y que sea múltiplo del número de intervalos elegidos, para que tengan una longitud entera y los cálculos sean más sencillos.

4. Elige el punto inicial que debe ser ligeramente menor que el mínimo de tu distribución (**mín**) y un punto final que sea algo superior al máximo (**máx**); luego, arma los intervalos.

Aclaración: Cuando se elabora una tabla con datos agrupados se pierde algo de información ya que los valores originales se diluyen dentro del intervalo. Lo positivo es que se gana en claridad y eficacia.

Veamos con un ejemplo, cómo se construyen los intervalos.

Ejemplo 5

A 30 personas se les ha tomado el número de pulsaciones por minuto (ritmo cardíaco) y se han obtenido los siguientes resultados:

87	85	61	51	64	75	80	70	69	82
80	79	82	74	90	76	72	73	63	65
67	71	88	76	68	73	70	76	71	86

Vamos a seguir los pasos anteriores para armar la tabla de frecuencia por intervalos.

1. El valor máximo es $\text{máx} = 90$ y el valor mínimo es $\text{mín} = 51$, por lo tanto su diferencia es $d = 90 - 51 = 39$.
2. La cantidad de intervalos que elegimos son 9.
3. Elegiremos un rango de intervalo total 45 (9×5), algo mayor que $d = 39$, con ello conseguimos 9 intervalos de amplitud 5.
4. Como punto inicial ponemos 50 (menor que el $\text{mín} = 51$) y el punto final será entonces 95 mayor que 90 (para considerar el rango total de 45). Con esto, armamos los intervalos y queda la tabla VI.

Tabla VI. Distribución del ritmo cardíaco en 30 personas.

Intervalo	f
$50 \leq x < 55$	1
$55 \leq x < 60$	0
$60 \leq x < 65$	3
$65 \leq x < 70$	4
$70 \leq x < 75$	8
$75 \leq x < 80$	5
$80 \leq x < 85$	4
$85 \leq x < 90$	4
$90 \leq x < 95$	1
Total (N)	30

También se podría haber elegido una amplitud de intervalo total de 42 (7×6), con ello conseguimos 7 intervalos de rango 6. Nos queda la siguiente distribución:

Tabla VI. Distribución del ritmo cardíaco en 30 personas.

Intervalo	f
$50 \leq x < 56$	1
$56 \leq x < 62$	1
$62 \leq x < 68$	4
$68 \leq x < 74$	9
$74 \leq x < 80$	6
$80 \leq x < 86$	5
$86 \leq x < 92$	4
Total (N)	30

Ejemplo 6

El número de vivienda (del 61 al 156) de una calle de la ciudad en que habitan las personas encuestadas son:

63 69 83 85 93 73 80 94 104 125 141 152 115 120 127
 139 105 114 123 121 128 90 75 137 131 73 62 100 109 117
 124 103 133 138 143 110 61 91 87 156 147 134 129 96 99
 74 104 97 84 98 78 71 133 63 69 76 86 88 77 124
 116 119 102 107 106 111 119 107 100 109 83 85 93 93 118
 116 117 133 155 143

Si bien es una variable discreta, como en el caso anterior, hay una gama tan grande de datos que se aconseja agruparlos en intervalos para un mejor manejo. Repartiremos los 80 valores en los siguientes intervalos:

$(60, 76]$; $(76, 92]$; $(92, 108]$; $(108, 124]$; $(124, 140]$ y $(140, 156]$.

¿Qué significa $(60, 76]$? Que en este intervalo vamos a considerar todos los valores desde la numeración 60 (sin incluirlo) hasta la numeración 76 (incluyéndolo).

Tabla VII. Cantidad de habitantes según el número de vivienda de una calle

Número de la vivienda	f
$(60, 76]$	12
$(76, 92]$	13
$(92, 108]$	18
$(108, 124]$	18
$(124, 140]$	12
$(140, 156]$	7

Total (N)	80
-----------	----

Ejercicios:

1. Una muestra de las compras de varios clientes de una tienda de abarrotes dio por resultados la siguiente información.

Tabla VIII. Cantidad de artículos comprados por cliente

Número de artículos comprados por cliente	1	2		5
f	6	10		7

- a) ¿Qué representa el 2?
- b) ¿Qué representa el 9?
- c) ¿Cuántos clientes fueron necesarios para obtener esta muestra?
- d) ¿Cuántos artículos fueron comprados por los clientes de esta muestra?
- e) ¿Cuál fue el mayor número de artículos comprados por un cliente?
2. A Continuación se presentan dos listas que, se supone, corresponden a estaturas (en pulgadas) de hombres adultos elegidos al azar. Uno de los conjuntos consiste en alturas que se obtuvieron realmente en estas condiciones; pero el otro son sólo números inventados. Construye una tabla de frecuencias para cada lista, examínalas e identifica el conjunto que te parezca falso, di por qué.
- a) 70 73 72 71 73 71 67 68 72 67 72 71 73 70
72 70 72 68 71 71 71 73 69 73 71 66 77 67
- b) 70 73 70 72 71 66 74 76 68 75 67 68 71 77
66 69 72 67 77 75 66 76 76 77 73 74 69 67
3. Deseamos hacer una tabla con datos agrupados a partir de 384 datos cuyos valores extremos son 19 y 187.
- a) Si queremos que sean 10 intervalos de amplitud 17, ¿cuáles serán esos intervalos?

b) Haz otra distribución en 12 intervalos de la amplitud que creas conveniente.

4. La Asociación Atlética Universitaria Nacional (*NUAA*, por su sigla en inglés) estaba considerando formas de acelerar el final de los juegos de baloncesto universitario. Los siguientes valores son los tiempos reales (en segundos) que tardaron en jugarse los dos últimos minutos del tiempo reglamentario de los 60 juegos de las primeras cuatro rondas de un torneo de baloncesto de la *NUAA* (basados en datos de *USA Today*).

756	587	929	871	378	503	564	1128	693	748
448	670	1023	335	540	853	852	495	666	474
443	325	514	404	820	915	793	778	627	483
861	337	292	1070	625	457	676	494	420	862
991	615	609	723	794	447	704	396	235	552
626	688	506	700	240	363	860	670	396	345

- a) Construye una tabla de frecuencias por intervalos (elige 9).
- b) ¿Es única la distribución posible con esa cantidad de intervalos? Explica tu respuesta.

5. En la tabla IX se resumen los datos de la Oficina del Censo de Estados Unidos. Coteja con la lista de los requisitos para construir tablas de frecuencia por intervalos, ¿cuáles de ellos no se han respetado?

Tabla IX. Distribución de la población de Estados Unidos por edades

Edad (años)	Población de Estados Unidos (en millones)
Menos de 15	55
15 - 24	37
25 - 44	82
45 en adelante	79

2. Distribución de frecuencias relativas

A veces, es preferible conocer la fracción del total que representa la frecuencia absoluta o, lo que es lo mismo, las frecuencias relativas en tantos por uno o en tantos por ciento. Por ejemplo, para entender más fácilmente la

distribución de los datos o si se desea comparar varias distribuciones similares; pero con distinto número de datos.

Frecuencia relativa (f_r)

La **frecuencia relativa** de un valor (o intervalo) es la fracción del total que representa la frecuencia absoluta de dicho valor. Se obtiene de dividir la frecuencia del valor (f) entre la suma total de las frecuencias o número total de individuos (N).

Notación: f_r

$$\text{Fórmula: } f_r = \frac{f}{N}$$

Frecuencia relativa porcentual ($f_{r\%}$) es la frecuencia relativa multiplicada por 100.

Notación: $f_{r\%}$

$$\text{Fórmula: } f_{r\%} = f_r \cdot 100$$

Aclaración: La confección de la tabla de frecuencias relativas o relativas porcentuales lleva los mismos valores o intervalos que la tabla de frecuencias absolutas. Si la tabla está bien construida la suma de las frecuencias relativas deberá ser igual a 1 y la de frecuencias relativas porcentuales deberá ser igual a 100.

A continuación, retomaremos los ejemplos del 1 al 6 para incorporar dos columnas con las f_r y $f_{r\%}$, respectivamente.

Ejemplo 7

Este ejemplo se relaciona con los datos del ejemplo 1, acerca de los motivos para beber.

Tabla X. Distribución de frecuencias relativas de motivos para beber expresados por 138 mexicanos

Motivos para beber	f	Cálculo de f_r	f_r	Cálculo de $f_{r\%}$	$f_{r\%}$
Por diversión	54	54/138	0.3913	0.3913x100	39.13
Le gusta el sabor	47	47/138	0.3405	0.3405x100	34.05
Le gusta el efecto	18	18/138	0.1304	0.1304x100	13.04
Es bueno para la salud	10	10/138	0.0724	0.0724x100	7.24

Le da seguridad	6	6/138	0.0434	0.0434x100	4.34
Lo necesita	3	3/138	0.0217	0.0217x100	2.17
Total	138				

En la tabla X se incluyeron dos columnas con las operaciones que debes realizar para obtener la frecuencia relativa y la frecuencia relativa porcentual. Esto fue para mostrarte los cálculos que se hicieron y, generalmente, no aparecen en la presentación final de una tabla.

Ejemplo 8

En este ejemplo se retoma la información presentada en el ejemplo 2 y se obtienen las frecuencias relativas y relativas porcentuales para cada variable.

Tabla XI. Distribución de frecuencias relativas de preferencias por materias

Materia	f	f _r	f _r %
Administración	6	0.12	12
Ing. Económica	5	0.10	10
Ing. Industrial	11	0.22	22
Inv. de operaciones	6	0.12	12
Matemática	12	0.24	24
Prob. y Estadística	10	0.20	20
Total	50	1	100%

Como ya dijimos, la suma total de las frecuencias relativas debe ser igual a 1. La suma de las frecuencias relativas porcentuales debe ser 100%. ¿Puedes explicar por qué?

Vuelve al ejemplo 7 y calcula las sumas de las frecuencias relativas y relativas porcentuales. ¿Son iguales a 1 y 100, respectivamente? Explica por qué.

Ejemplo 9

En este caso se calculan las frecuencias relativas y relativas porcentuales para los datos analizados en el ejemplo 3.

Tabla XII. Distribución de frecuencias relativas de calificaciones de un examen a 40 estudiantes

calificación	f	f _r	f _r %
4	4	0.100	10.0
5	7	0.175	17.5
6	11	0.275	27.5
7	6	0.150	15.0
8	5	0.125	12.5
9	3	0.075	7.5
10	4	0.100	10.0
Total (N)	40	1	100%

La tabla XII nos ayuda a leer, por ejemplo, que el 27.5% de los estudiantes obtuvo 6 (calificación mínima para aprobar); que la calificación más baja (4) estuvo representada por el 10% de los estudiantes; que también un 10% obtuvo la calificación máxima (10); etc.

Ejemplo 10

En este ejemplo se retoma la información presentada en el ejemplo 4 y se obtienen las frecuencias relativas y relativas porcentuales para cada intervalo.

Tabla XIII: Distribución de frecuencias relativas de alturas de 40 estudiantes de una clase

Intervalo	frecuencia	f_r	$f_{r\%}$
145 - 150	1	0.025	2.5
150 - 155	2	0.050	5.0
155 - 160	4	0.100	10.0
160 - 165	11	0.275	27.5
165 - 170	13	0.325	32.5
170 - 175	6	0.150	15.0
175 - 180	3	0.075	7.5
Total	40	1	100%

En la tabla X se puede apreciar que el 2.5% mide menos de 150 cm; que más del 50% (55%) mide 165 cm o más; que los más altos, que miden entre 175 y 180 cm, constituyen el 7.5% de la población medida.

Ejemplo 11

Retomamos la información del ejemplo 5 (tabla VI) para calcular las frecuencias y frecuencias relativas porcentuales de cada intervalo.

Tabla XIV. Distribución de frecuencias relativas del ritmo cardíaco en 30 personas.

Intervalos	f	f_r	$f_{r\%}$
$50 \leq x < 55$	1	0.033	3.3
$55 \leq x < 60$	0	0.000	0.0
$60 \leq x < 65$	3	0.100	10.0
$65 \leq x < 70$	4	0.133	13.3
$70 \leq x < 75$	8	0.267	26.7
$75 \leq x < 80$	5	0.167	16.7
$80 \leq x < 85$	4	0.133	13.3
$85 \leq x < 90$	4	0.133	13.3
$90 \leq x < 95$	1	0.033	3.3
Total	30	0.999	99.9%

Ejemplo 12

En el ejemplo 6 calculamos la frecuencia absoluta para el número de vivienda en una calle, retomando estos datos, obtendremos las frecuencias relativas y relativas porcentuales.

Tabla XV. Distribución de frecuencias relativas de habitantes según el número de vivienda de una calle

Número de la casa	f	f_r	$f_{r\%}$
(60, 76]	12	0.150	15.0
(76, 92]	13	0.160	16.0
(92, 108]	18	0.225	22.5
(108, 124]	18	0.225	22.5
(124, 140]	12	0.150	15.0
(140, 156]	7	0.090	9.0
Total	80	1	100%

¿Qué lecturas puedes hacer de las tablas de frecuencia relativa de los ejemplos 11 y 12?

Ejercicios

6. Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de un colegio y obtiene los resultados resumidos en esta tabla.

Tabla XVI. Distribución de número de caries en 100 niños

Número de caries	0	1	2	3	4
f	25	20	x	15	y
f_r	0.25	0.2	z	0.15	0.05

- Obtén los valores de x , y , z que completan la tabla.
 - Calcula el porcentaje de alumnos sin caries.
 - ¿Cuál es el porcentaje de alumnos con caries?
7. A continuación se dan dos tablas, una de frecuencia de consumo de alcohol por categoría de ingestión, antes del arresto, de personas de sexo masculino que purgan condenas por conducir en estado de embriaguez; la otra correspondiente a mujeres con las mismas condiciones. Construye las tablas de frecuencias relativas correspondientes y compáralas. Observa que es difícil comparar las tablas originales, pero que es mucho más fácil hacerlo cuando las frecuencias son relativas.

Tabla XVII. Cantidad de etanol consumido por hombres

Etanol consumido por hombres (onzas)	Frecuencia
0.0 - 0.9	249
1.0 - 1.9	929
2.0 - 2.9	1545
3.0 - 3.9	2238
4.0 - 4.9	1139
5.0 - 9.9	3560
10.0 - 14.9	1849
15.0 o más	1546

Tabla XVIII. Cantidad de etanol consumido por mujeres

Etanol consumido por mujeres (onzas)	Frecuencia
0.0 - 0.9	7
1.0 - 1.9	52
2.0 - 2.9	125
3.0 - 3.9	191
4.0 - 4.9	30
5.0 - 9.9	201
10.0 - 14.9	43
15.0 o más	72

3. Distribución de frecuencias acumuladas

En otras ocasiones, interesa saber el número de individuos que hay hasta cada valor, es decir la frecuencia acumulada.

Frecuencia acumulada (f_{ac})

La **frecuencia acumulada** de un valor (o de un intervalo), es el número de individuos que hay hasta ese valor (o intervalo). Se obtiene de sumar la frecuencia del mismo con todas las frecuencias anteriores.

La **frecuencia acumulada porcentual** ($f_{ac\%}$) es el porcentaje de la frecuencia acumulada en ese valor o intervalo. Se calcula dividiendo la frecuencia acumulada entre el total de individuos y luego se multiplica por 100. Su fórmula es:

$$f_{ac\%} = \frac{f_{ac}}{N} \cdot 100$$

Esta frecuencia tiene sentido para variables cuantitativas donde se puede establecer una relación de menor o igual (\leq).

Volvamos a los datos de los ejemplos 3, 4, 5 y 6. ¿Por qué crees que no analizamos los ejemplos 1 y 2?

Ejemplo 13

Calcularemos las frecuencias acumuladas y acumuladas porcentuales correspondientes con los datos del ejemplo 3.

Tabla XIX. Distribución de frecuencias acumuladas de calificaciones de un examen a 40 estudiantes

calificación	f	Cálculo de f_{ac}	f_{ac}	Cálculo de $f_{ac\%}$	$f_{ac\%}$
4	4	4	4	$(4/40) \times 100$	10.0
5	7	$7+4$ ▲	11	$(11/40) \times 100$	27.5
6	11	$11+11$ ▲	22	$(22/40) \times 100$	55.0
7	6	$6+22$ ▲	28	$(28/40) \times 100$	70.0
8	5	$5+28$	33	$(33/40) \times 100$	82.5
9	3	$3+33$	36	$(36/40) \times 100$	90.0
10	4	$4+36$	40	$(40/40) \times 100$	100%

En la tabla XIX incluimos dos columnas con las operaciones que debes realizar para obtener la frecuencia acumulada y la frecuencia acumulada porcentual. Esto fue para mostrarte los cálculos que se hicieron y, generalmente, no aparecen en la presentación final de una tabla.

Como puedes observar, se cumple que la última frecuencia acumulada corresponde al total de individuos (40) y la última frecuencia acumulada porcentual es del 100%.

Ejemplo 14

Retomamos la información del ejemplo 4 para calcular las frecuencias acumuladas y acumuladas porcentuales de cada intervalo.

Tabla XX. Distribución de frecuencias acumuladas de alturas de 40 estudiantes de una clase

Intervalo	f	f_{ac}	$f_{ac\%}$
145 - 150	1	1	2.5
150 - 155	2	3	7.5
155 - 160	4	7	17.5
160 - 165	11	18	45.0
165 - 170	13	31	77.5
170 - 175	6	37	92.5
175 - 180	3	40	100%

La tabla XX nos permite responder preguntas tales como:

1) ¿Cuántos estudiantes tienen estatura entre 145 y 160 cms?

R = 7.

2) ¿Cuántos estudiantes tienen estatura de menos de 170 cm?

$$R = 31.$$

3) ¿Qué porcentaje de estudiantes tienen estatura entre 150 y 170 cm?

$$R = \frac{30}{40} \cdot 100 = 75\%.$$

4) ¿Qué porcentaje de estudiantes tienen estatura mayor o igual que 160 cm?

$$R = \frac{33}{40} \cdot 100 = 82.5\%.$$

Ejemplo 15

En el caso del ejemplo 5 en que se tomó el ritmo cardíaco a 30 personas, también calcularemos las frecuencias acumuladas.

Tabla XXI. Distribución frecuencias acumuladas del ritmo cardíaco en 30 personas

Intervalos	f	f _{ac}	f _{ac%}
50 ≤ x < 55	1	1	3.3
55 ≤ x < 60	0	1	3.3
60 ≤ x < 65	3	4	13.3
65 ≤ x < 70	4	8	26.7
70 ≤ x < 75	8	16	53.3
75 ≤ x < 80	5	21	70.0
80 ≤ x < 85	4	25	83.3
85 ≤ x < 90	4	29	96.7
90 ≤ x < 95	1	30	100%

Ejemplo 16

Obtendremos las frecuencias acumuladas para los datos relacionados con el ejemplo 6. Veamos los resultados en la tabla XXII.

Tabla XXII. Distribución frecuencias acumuladas del cantidad de habitantes según el número de vivienda de una calle

Número de la vivienda	f	f _{ac}	f _{ac%}
(60, 76]	12	12	15.0
(76, 92]	13	25	31.0
(92, 108]	18	43	53.5
(108, 124]	18	61	76.0
(124, 140]	12	73	91.0
(140, 156]	7	80	100%

Escribe tres preguntas para cada una de las tablas de frecuencias acumuladas de los ejemplos 15 y 16, y respóndelas.

Ejercicios

8. La distribución de horas crédito, por estudiante, tomadas en una universidad fue la siguiente:

Tabla XXIII. Distribución de horas crédito por estudiante

Horas crédito	3	6	8	9	12	14	15	16	17	18	19	20
Frecuencia	75	150	30	50	70	300	400	1050	750	515	120	60

- ¿Cuántos estudiantes tomaron 15 o menos horas crédito?
 - ¿Qué porcentaje tomó entre 14 y 15 horas?
 - El 80% de los estudiantes, ¿qué número de horas crédito toma, como máximo?
 - ¿Qué porcentaje representa el valor cuya frecuencia es máxima?
9. Completa la tabla de frecuencias, frecuencias relativas y frecuencias acumuladas.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f	4	4		7	5		7	
f _r	0.08		0.16	0.14				
f _{ac}			16		28	38	45	

10. Se ha tomado un test de 80 preguntas a 600 personas. El número de respuestas correctas se refleja en la tabla.

Tabla XXIV. Distribución de respuestas correctas en un test

Respuestas correctas	Número de personas
[0, 10)	40
[10, 20)	60
[20, 30)	75
[30, 40)	90
[40, 50)	105
[50, 60)	85
[60, 70)	80
[70, 80)	65

a) Realiza la tabla de frecuencias relativas y acumuladas.

Calcula los porcentajes de los que:

b) contestaron 60 o más preguntas correctamente.

c) contestaron menos de 30 preguntas correctamente.

d) al menos completaron el 50% del test correctamente.

e) no alcanzaron a contestar el 25% del test correctamente.

4. Gráficas

Una vez obtenida la tabla, es útil presentar los resultados en una gráfica. Salvo la gráfica de pastel, las que presentaremos en el curso requieren de ejes cartesianos. En el eje de las abscisas (conocido como eje "x") se colocan los valores de la variable y en el eje de las ordenadas (conocido como eje "y") se ubican las frecuencias (o sus valores proporcionales).

Todas las gráficas deben ser **autosuficientes**, es decir, incluir un título descriptivo, identificación correcta de la población (o muestra) y de la variable. Es necesario establecer con claridad el origen de cada uno de los ejes (recordar que el eje de ordenadas es el que se utiliza para representar las frecuencias). En cada eje se debe respetar una escala (puede no ser la misma para ambos).

Veamos algunos tipos de gráficas que ilustran las tablas que aprendiste en los apartados anteriores.

Gráfica de pastel (o de sectores):

El **gráfico de pastel**, como la palabra lo indica, representa un pastel donde las diferentes porciones muestran la cantidad de datos que pertenecen a cada valor como un sector de un círculo, proporcional a la frecuencia correspondiente.

Se utiliza, preferentemente, para los gráficos de variable cualitativa (o categórica) y cuando los datos se agrupan en *pocas* categorías. Sirve para ilustrar tablas de frecuencias absolutas o relativas.

Ejemplo 17

En la tabla X del ejemplo 7 calculamos las frecuencias relativas porcentuales de los motivos para beber alcohol. Ahora, representaremos esos datos en una gráfica de pastel.

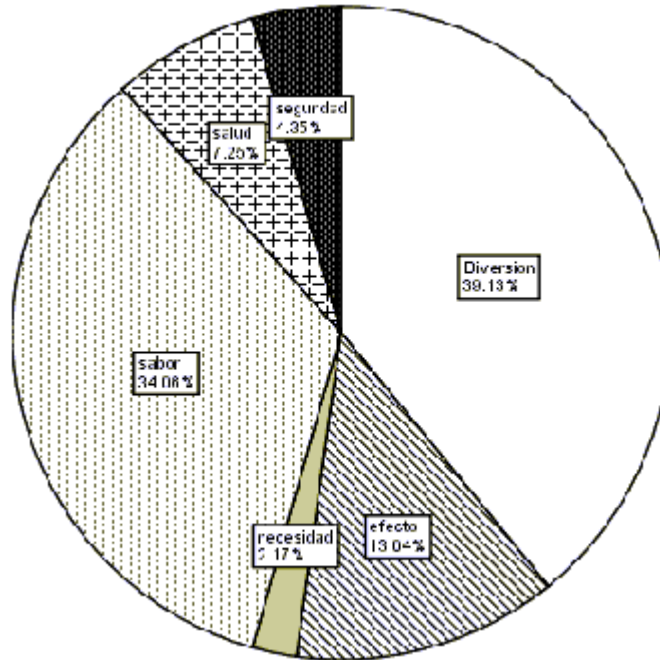


Figura 2: Razones de consumo de alcohol expresadas por 138 hombres mexicanos

Cada sector circular representa la porción que le corresponde a cada valor, según su frecuencia.

¿Cómo calcular el ángulo correspondiente a cada sector circular?

Cálculo de ángulo central

El total de datos representa al 100%, que en un pastel se corresponde con el ángulo central de 360°. Los demás porcentajes serán proporcionales a ese ángulo central total. Por lo tanto, cada ángulo central se calcula multiplicando la frecuencia relativa de ese valor por 360°.

$$\text{ángulo central} = f_r \times 360^\circ$$

Veamos un ejemplo de cálculo de los ángulos centrales:

Ejemplo 18

Retomamos la tabla XI del ejemplo 8 de frecuencias relativas porcentuales y agregamos las operaciones necesarias para el cálculo del ángulo central para cada variable.

Tabla XXV. Distribución de frecuencias relativas de preferencias por materias
- Cálculo de ángulo central -

Materia	f	f _r	cálculos	Ángulo central (°)
Administración	6	0.12	0.12 x 360	43.2
Ing. Económica	5	0.10	0.10 x 360	36.0
Ing. Industrial	11	0.22	0.22 x 360	79.2
Inv. de operaciones	6	0.12	0.12 x 360	43.2
Matemática	12	0.24	0.24 x 360	86.4
Prob. y Estad.	10	0.20	0.20 x 360	72.0
Total	50	1		360°

La última columna muestra los valores de los ángulos centrales para cada preferencia. Con ellos se construye la gráfica de pastel de la figura 3, que te presentamos a continuación.

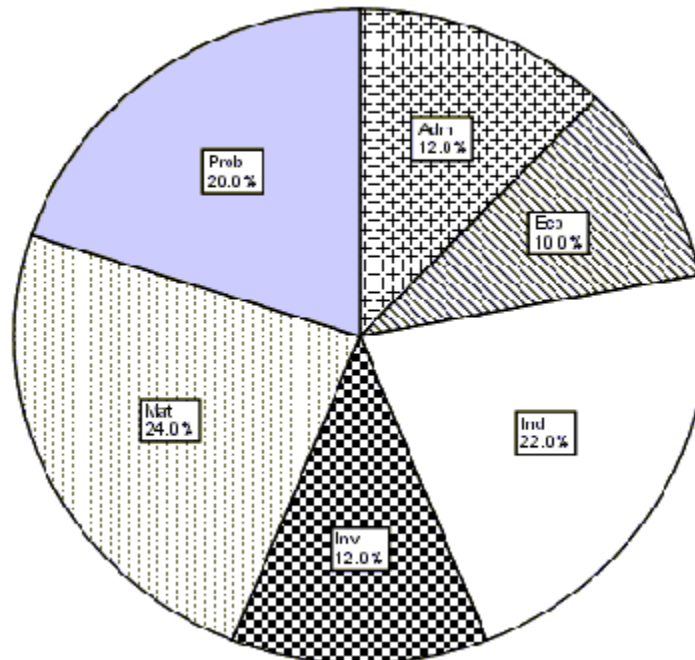
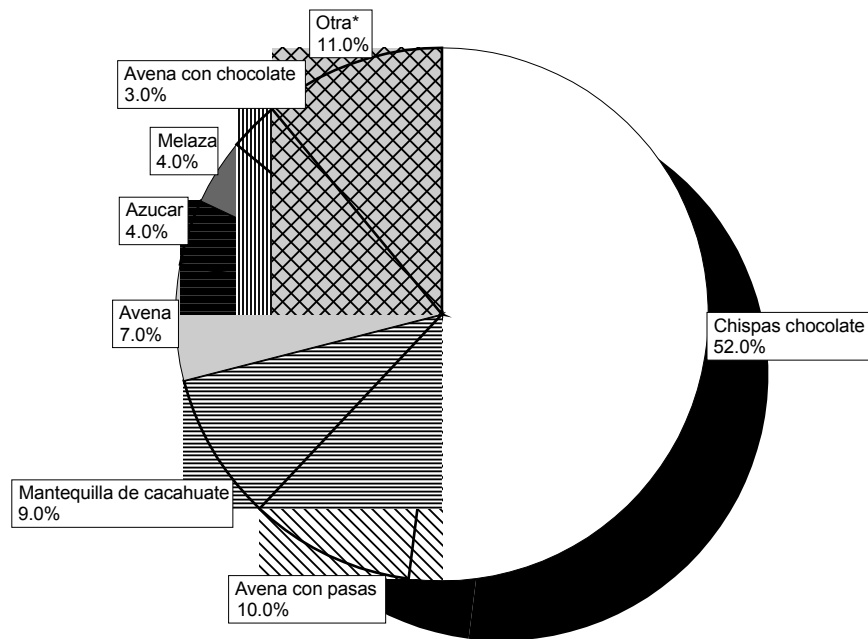


Figura 3. Preferencias por las materias de estudiantes de Ingeniería

Ejercicios

11. Una variable estadística presenta 3 posibilidades con frecuencias 15, 10 y 5, respectivamente. Si queremos representar esos datos mediante una gráfica de pastel, habrá que dividir el círculo en sectores de amplitud:
- 15°, 10° y 5°.
 - 150°, 100° y 50°.
 - 180°, 120° y 60°.
 - Diferentes a los indicados anteriormente.
12. La instantánea de Estados Unidos (*USA Snapshot*, notas breves del periódico *USA Today*) muestra la preferencia de los adultos por una serie de galletas.

Lo que los adultos afirman que es su galleta favorita



* Todas 1% o menos

Figura 4. Predilección de los estadounidenses por cierto tipo de galletas.

- a) Con base en la gráfica anterior, si el número de entrevistados fue de 400 adultos, construye la tabla de frecuencias absolutas de las preferencias.
- b) Si una tienda tiene en existencia cuatro variedades de galletas, ¿cuáles deben ser éstas para satisfacer al mayor número de clientes?

Gráfico de barras

Gráfica en los ejes cartesianos para representar distribución de frecuencias absolutas o relativas. En el eje x se ubican los valores de la variable, mientras que en el eje y , las frecuencias. Sobre cada valor se eleva una **barra** con su correspondiente frecuencia. Las barras quedan separadas entre sí para lograr un efecto de mejor visualización.

Se utiliza para los gráficos de variable cualitativa o cuantitativa discreta.

Ejemplo 19

Graficaremos a continuación las frecuencias absolutas de los datos del ejemplo 1.

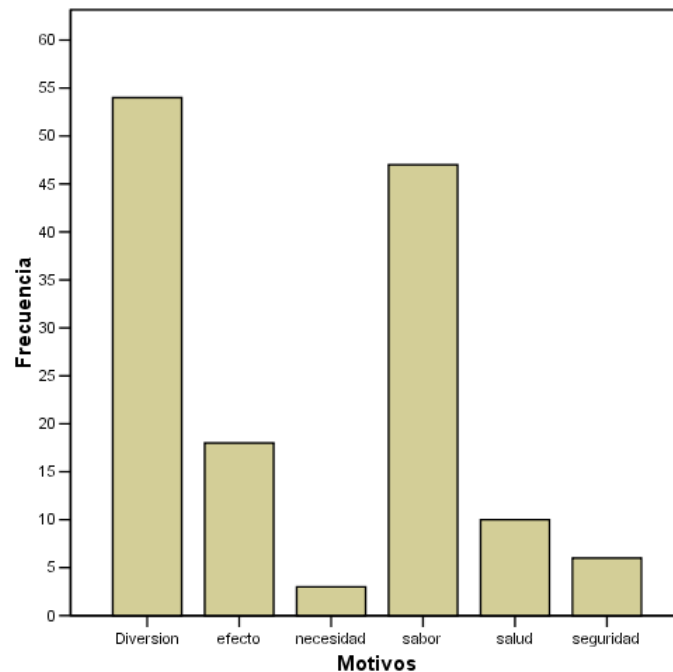


Figura 5. Razones de consumo de alcohol expresadas por 138 hombres mexicanos

Como puedes ver, los ejemplos 17 y 19 representan la misma información (datos del ejemplo 1). La diferencia es que en el gráfico de pastel se identifican mejor las porciones (en %) de cada razón de preferencia y en este gráfico de barras, son las frecuencias absolutas las que se reflejan en cada barra.

Ejemplo 20

Aquí graficamos las frecuencias absolutas de los datos del ejemplo 2.

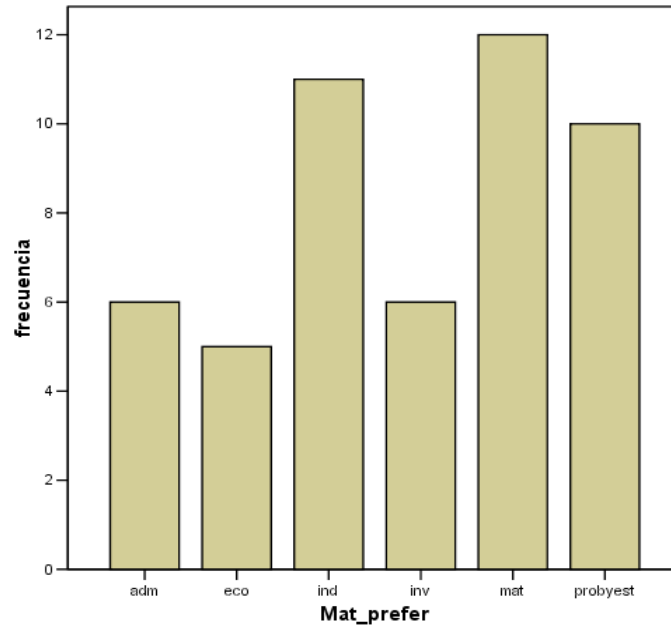


Figura 6. Preferencias por las materias de estudiantes de Ingeniería

Ejemplo 21

En este ejemplo graficaremos las frecuencias absolutas y relativas porcentuales que aparecen en la tabla XII del ejemplo 9.

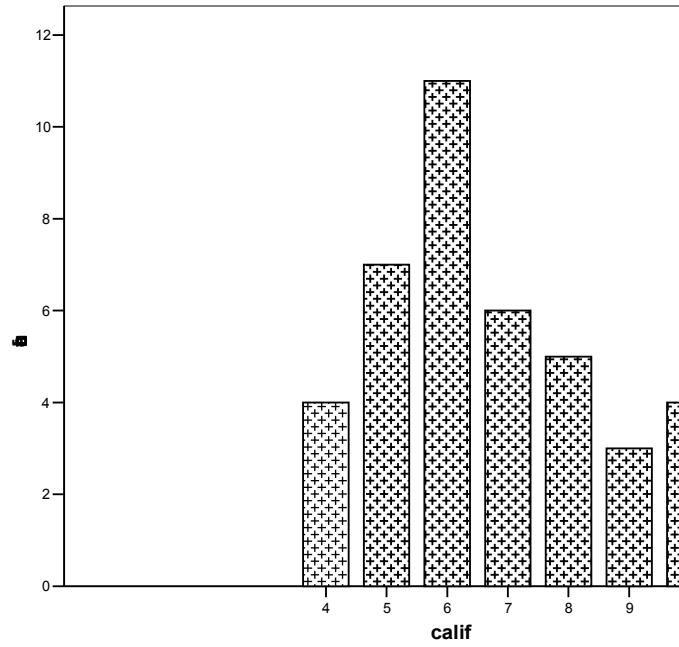


Figura 7. Frecuencias de calificaciones de un examen a 40 estudiantes

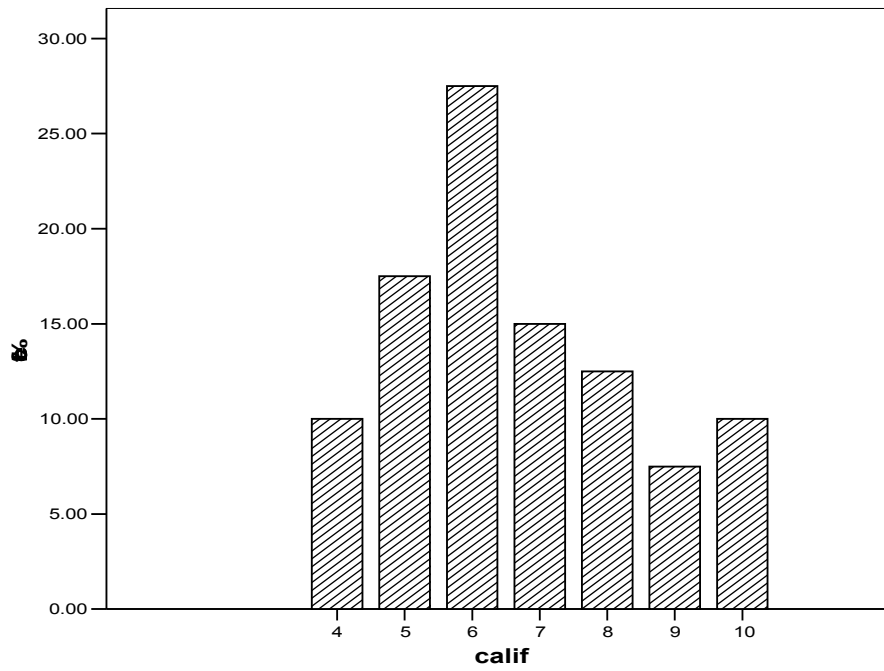


Figura 8. Frecuencias relativas porcentuales de calificaciones de un examen a 40 estudiantes

Ejercicios

13. En el número de mayo de 1990 del periódico *Social Work* se utilizó la siguiente distribución de frecuencias para representar el tamaño de las familias.

Tabla XXVI. Distribución de frecuencias del número de hijos que habitan con la familia

Número de hijos que viven en la casa	Mujeres México-estadounidenses
0	23
1	22
2	17
3	7
4	1

Fuente: Copyright 1990, National Association of Social Workers, Inc. *Social Work*.

- a) ¿La información de cuántas mujeres refleja esta tabla?
- b) ¿Qué columna representa el "tamaño de la familia"?, ¿y la frecuencia de tales tamaños?
- c) Elabora una gráfica de barras con estos datos.
14. La siguiente lista muestra los últimos dígitos del primer premio de 30 sorteos consecutivos en la lotería.

0 7 3 6 2 7 6 6 6 3 8 1 7 8 7
1 6 8 6 9 5 2 1 5 0 3 9 9 0 7

Con estos datos, construye una tabla de frecuencias absolutas y el gráfico de barras asociado.

Histograma

Gráfica sobre los ejes cartesianos para representar distribuciones de frecuencias absolutas o relativas por intervalos. En él aparecen **rectángulos** "pegados" uno a continuación del otro (para dar idea de continuidad), en vez de barras. En el eje x se representan los intervalos; mientras que en el eje y , las frecuencias (o valores proporcionales).

Para hacer esta gráfica, en algunos casos, cada rectángulo se marca con su frontera de intervalo, tanto a la izquierda como a la derecha. En otros, se usa la **marca de intervalo**, en lugar de las fronteras.

La **marca de intervalo** es el punto medio de dicho intervalo.

Aclaración: Cuando la amplitud de cada intervalo no es la misma, lo que marca la frecuencia no es la altura de cada rectángulo, sino el **área** del mismo.

Analicemos algunas gráficas relacionadas con los ejemplos 4, 5 y 6.

Ejemplo 22

Con los datos de frecuencias absolutas de la tabla V del ejemplo 4 graficaremos el histograma correspondiente.

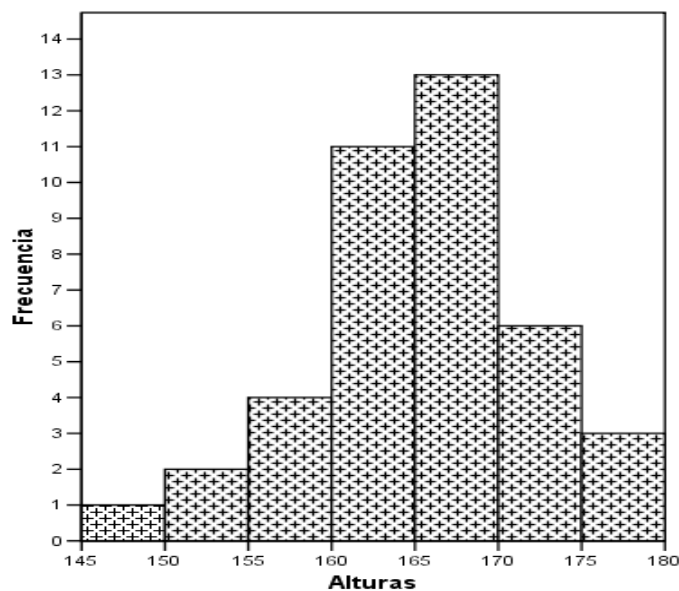


Figura 9. Alturas de 40 estudiantes de una clase

Si bien son los mismos datos de la tabla IV que se volcaron en el histograma, con una gráfica se obtiene una representación visualmente más agradable de la información. Por ejemplo, el intervalo de mayor frecuencia es el 165-170, con una cantidad de 13 estudiantes.

Ejemplo 23

La figura 10 muestra, en un histograma, los datos de la tabla VI del ejemplo 5.

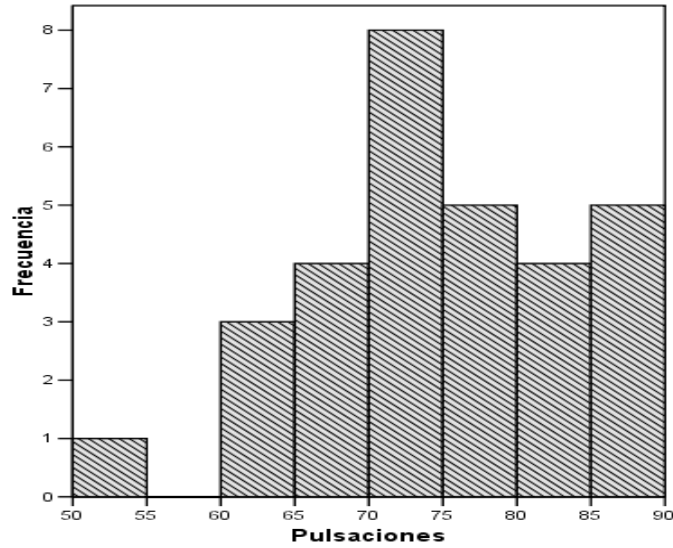


Figura 10. Frecuencias absolutas del ritmo cardíaco en 30 personas

Observa la figura 10 y contesta: ¿cuál es el intervalo de ritmo cardíaco de mayor frecuencia? ¿Qué significa la ausencia de rectángulo en el intervalo 55-60? ¿Qué intervalos presentan frecuencia 4? ¿Cuál es el intervalo de mayor frecuencia?

Ejemplo 24

El histograma presentado en la figura 11 muestra la información de la tabla VII del ejemplo 6, acerca del número de habitantes por número de la calle. Indica las marcas de intervalos del histograma.

Cantidad de habitantes según el número de la vivienda

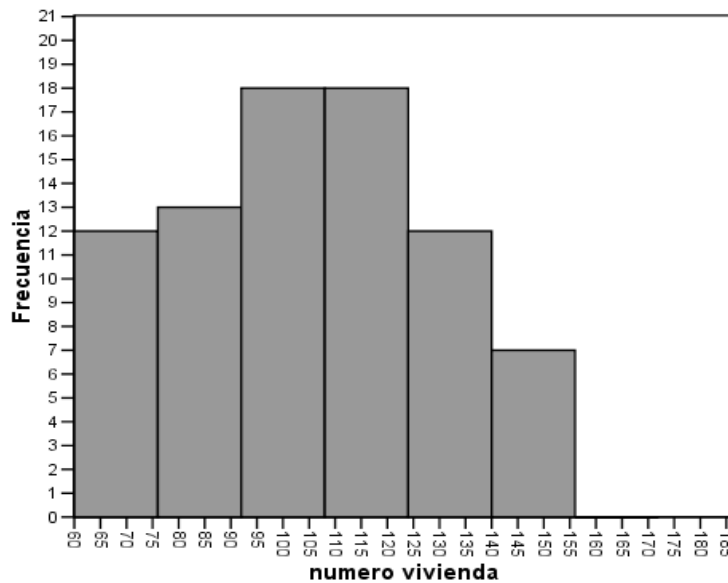


Figura 11. Cantidad de habitantes según el número de vivienda de una calle

Analicemos el caso en que los intervalos **no** son de igual tamaño.

Ejemplo 25

La siguiente tabla muestra la distribución de edades de una población.

Tabla XXVII: Distribución de edades de una población

Edades	Nº de personas	Altura del rectángulo
[0, 5)	900	$900 / 5 = 180$
[5,10)	950	$950 / 5 = 190$
[10, 15)	1,300	$1,300 / 5 = 260$
[15, 20)	1,200	$1,200 / 5 = 240$
[20, 25)	1,000	$1,000 / 5 = 200$
[25, 30)	700	$700 / 5 = 140$
[30, 40)	1,360	$1,360 / 10 = 136$
[40, 50)	1,110	$1,110 / 10 = 111$
[50, 70)	1,200	$1,200 / 20 = 60$
[70, 100)	540	$540 / 30 = 18$
Total	10,260	

Como los intervalos no son de la misma longitud, para representar los datos en un histograma pondremos en cada rectángulo una altura tal que el área sea proporcional a la frecuencia.

Para ello podemos dividir la frecuencia por el ancho de cada intervalo y así conseguir la altura que debe tener cada rectángulo que se eleve sobre su intervalo (las operaciones se muestran en la última columna de la tabla XXVII).

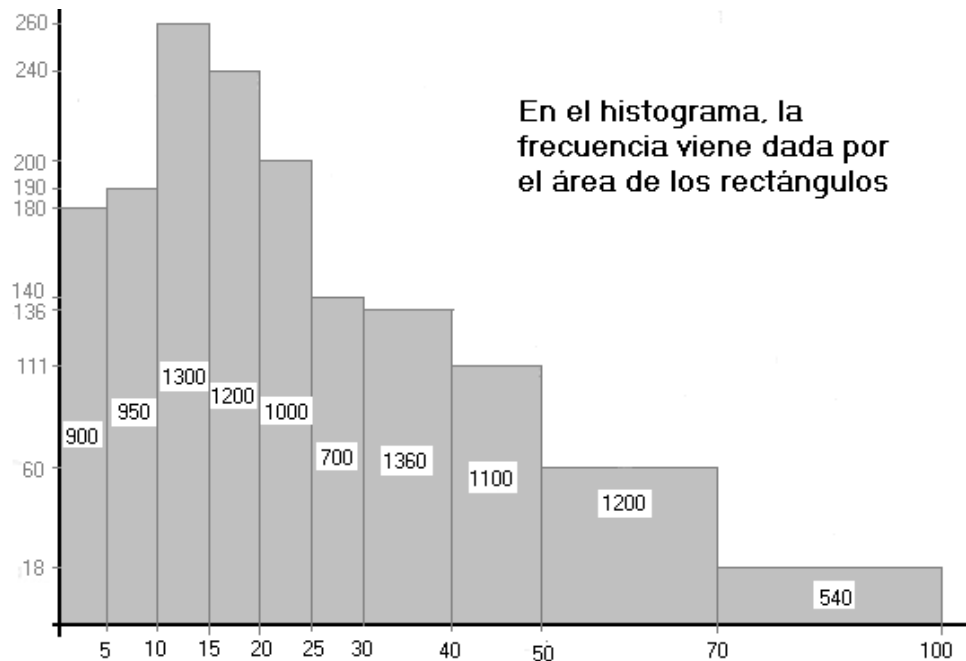


Figura 12. Distribución de edades de una población

Otro aspecto interesante a analizar es el nombre que reciben ciertos histogramas según la forma que toma la gráfica.

Tipos de histogramas

Simétrico o normal: cuando cortamos la distribución (por la mitad) con una recta paralela al eje de las ordenadas, doblamos imaginariamente por esa recta y los dos lados de la distribución quedan superpuestos (como en espejo).

Sesgado: cuando los intervalos con mayor frecuencia se ubican en uno de los extremos de la distribución. Puede ser a derecha o izquierda.

Uniforme o rectangular: cuando cada intervalo aparece con igual frecuencia.

Bimodal o de dos picos: cuando existen dos intervalos con las mayores frecuencias separados por uno o más intervalos.

Veamos los dibujos con sus respectivas denominaciones:



Figura 13: Tipos de histogramas

Aquí te mostramos un caso.

Ejemplo 26:

La figura 14 es un ejemplo de distribución normal o simétrica. La figura muestra la distribución de alturas en niños de 6 años.

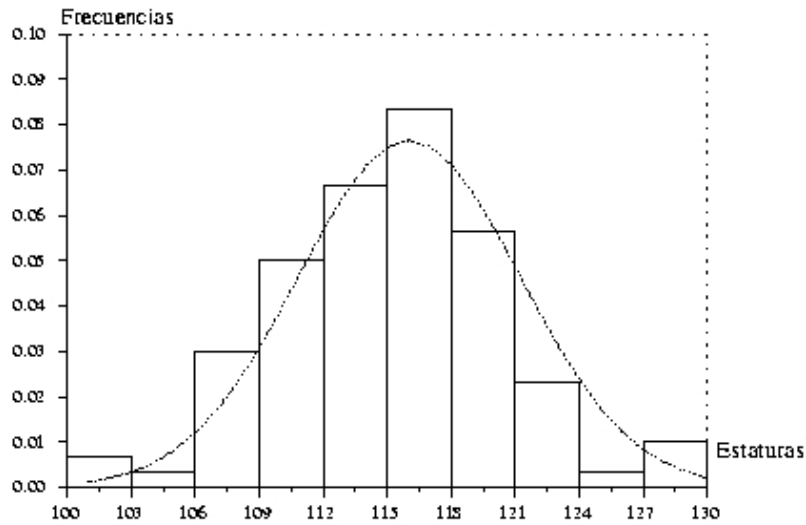


Figura 14. Estaturas de niños de 6 años.

En algunos casos no es tan fácil determinar, a simple vista, el tipo de gráfica; es necesario recurrir a ciertas fórmulas que más adelante estudiarás.

Ejercicios

15. El siguiente histograma representa los resultados de un estudio sobre consumidores realizados por la tienda *Corner Convenience Store*. Encuentra las respuestas para cada una de las siguientes preguntas.

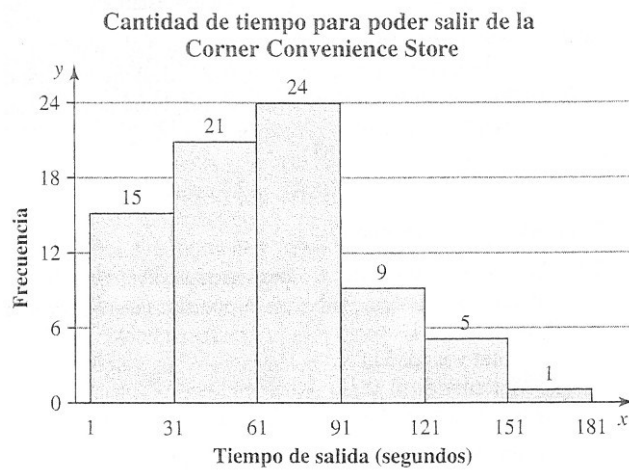


Figura 15. Tiempo de salida de la tienda Corner Convenience Store

- ¿De qué tipo de histograma se trata?
- ¿Cuál es el ancho de cada intervalo?
- ¿Cuál es la marca de cada intervalo?
- ¿Cuál es la frecuencia del intervalo 121-151?
- ¿Cuál es la frecuencia del intervalo que tiene mayor valor observado?
- ¿Cuántos datos muestra el histograma?

- 16.** En una encuesta llamada "Monjas, una orden que envejece" se entrevistaron a 997 monjas católicas romanas de Estados Unidos. De ella resultó la tabla XXVIII, de distribución de frecuencias.

Tabla XXVIII: Distribución de frecuencias de monjas católicas según su edad.

Edad	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Frecuencia	34	58	76	187	254	241	147

- Realiza un histograma con estos datos. ¿Qué tipo de histograma es?
 - Elabora una tabla y el histograma correspondiente a las frecuencias relativas.
 - Analiza los dos histogramas a) y b) y decide cuál te parece que es más fácil de comprender.
- 17.** Las velocidades (en millas por hora) de 55 automóviles fueron medidas con un radar en una calle de nuestra ciudad y resultó la siguiente lista:

27 23 22 38 43 24 35 26 28 18 20
 25 23 22 52 31 30 41 45 29 27 43
 29 28 27 25 29 28 24 37 28 29 18
 26 33 25 27 25 34 32 36 22 32 33
 21 23 24 18 48 23 16 38 26 21 23

- Clasifica estos datos en una tabla de frecuencias agrupadas. Establece número, tamaño y marca de intervalos.
- Construye un histograma acorde con la tabla de elaboraste en el ítem anterior.

18. El diagrama de barras de la figura 16 muestra las calificaciones obtenidas por un grupo de 50 estudiantes.

Construye el histograma correspondiente a las calificaciones numéricas si se consideran las siguientes equivalencias:

Suspense: $[0, 5)$, Aprobado: $[5, 7)$, Notable: $[7, 9)$, Sobresaliente: $[9, 10)$.

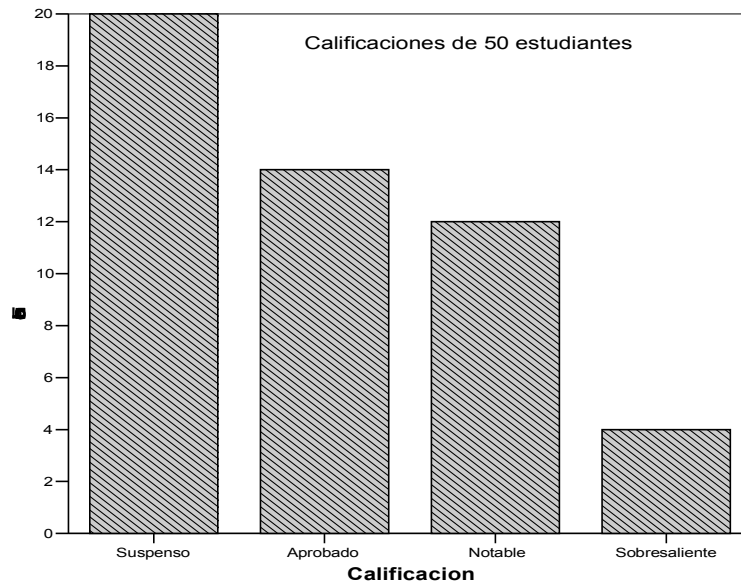


Figura 16. Calificaciones de 50 estudiantes

19. Busca dos ejemplos de distribuciones de frecuencia cuyos histogramas sean simétricos o normales.

20. El histograma adjunto (figura 17) corresponde al salario (en miles de pesos) de los empleados de una empresa. A partir de él halla:

- el intervalo que le corresponde a cada marca.
- la tabla de frecuencias asociadas.
- el número de personas que ganan entre 135,000 y 155,000 pesos.
- La gráfica de pastel correspondiente. Y decide cuál de las dos gráficas te parece mejor para su interpretación, si el histograma o el pastel.

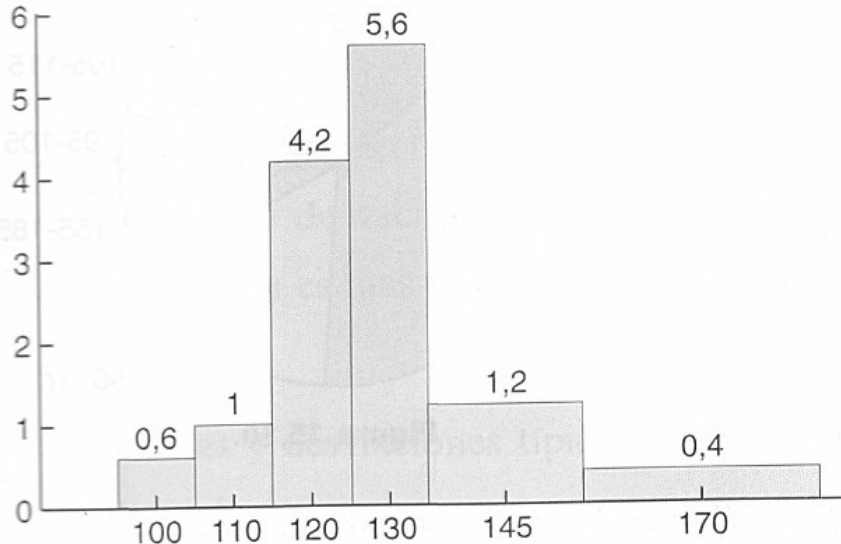


Figura 17. Salarios de los empleados de una empresa

21. Se ha medido el colesterol a tres grupos de hombres sometidos a diferentes dietas. Estos son los histogramas correspondientes a cada uno (ver Figura 18). Elabora un informe con los resultados que se observan, según cada dieta, en las gráficas.

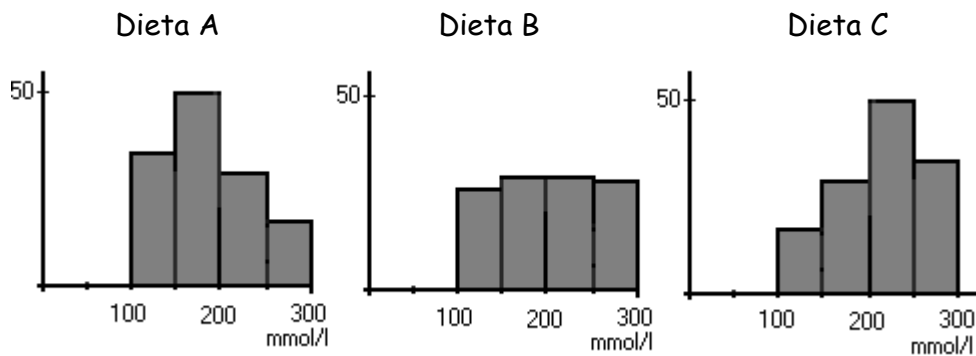


Figura 18. Colesterol medido en tres grupos de pacientes hombres

Polígono de frecuencias

Gráfica de una poligonal sobre los ejes cartesianos, de distribuciones de frecuencias acumuladas. En el eje x se representan los valores de la variable (o intervalo); en el eje y , las frecuencias.

En el caso de intervalos, sobre cada uno se dibuja un segmento donde la frecuencia correspondiente al extremo inferior coincide con la frecuencia del intervalo inmediato anterior -para el primer intervalo se comienza en cero- y la frecuencia acumulada en todo el intervalo corresponde al extremo superior del mismo. Así queda una poligonal ascendente que culmina con el número total de individuos de la población o muestra.

Este gráfico se basa en la suposición de la frecuencia acumulada de cada intervalo se distribuye uniformemente a lo largo del mismo.

Aclaración: Si bien el polígono se utiliza generalmente para frecuencias acumuladas, también puede usarse para graficar frecuencias absolutas y relativas (ver ejemplo 29, ejercicios 24 y 25, entre otros). Son útiles, especialmente, cuando se quiere analizar *crecimientos*.

Veamos algunos ejemplos de gráficas de polígonos de frecuencia acumulada.

Ejemplo 26

La figura 19 muestra el polígono de frecuencias acumuladas correspondiente a la tabla XX del ejemplo 14 acerca de las alturas de los estudiantes de una clase.

De la gráfica podemos inferir que existen 7 estudiantes con una altura inferior a los 160 cm; aproximadamente 8 personas miden 170 cm o más; el total de la muestra asciende a 40 personas; etc.

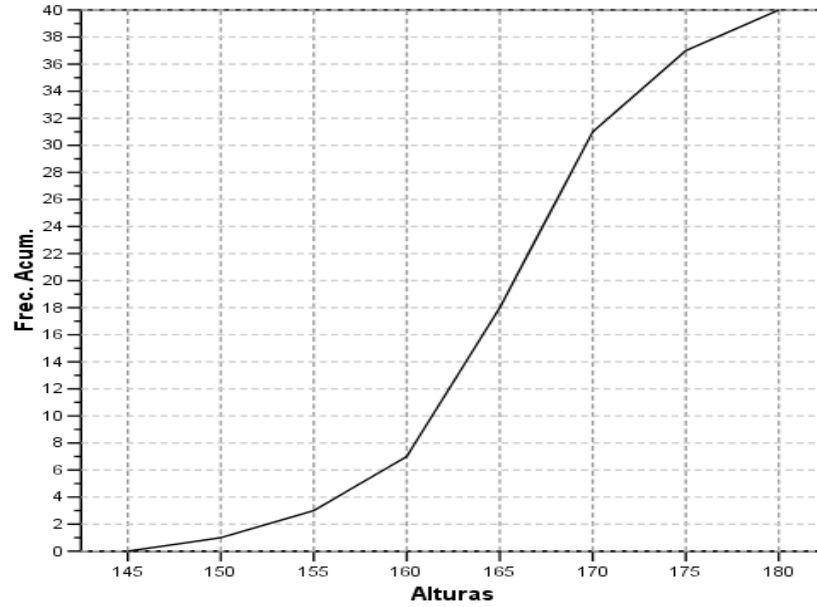


Figura 19. Frecuencias acumuladas de alturas de 40 estudiantes de una clase

Ejemplo 27

La figura 20 muestra el polígono de frecuencias acumuladas correspondiente a la tabla XXI del ejemplo 15, acerca del ritmo cardíaco de 30 personas.

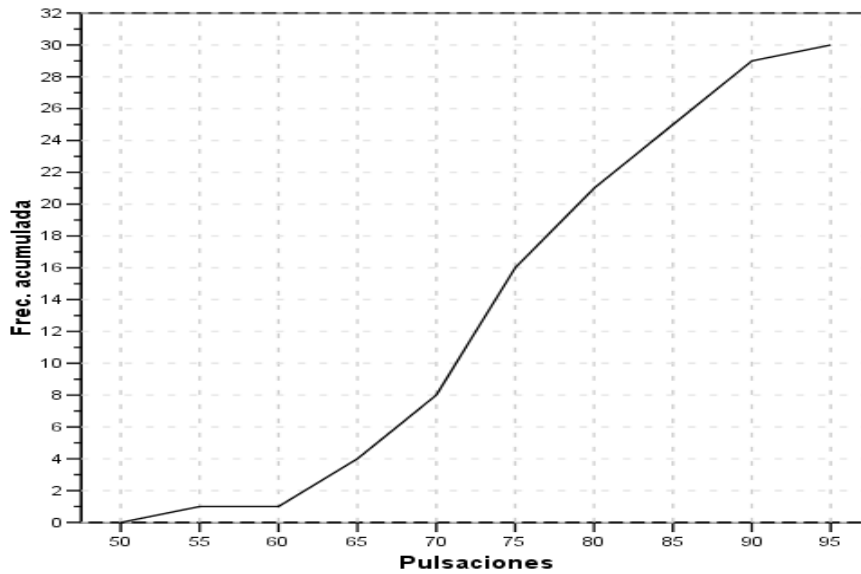


Figura 20. Frecuencias acumuladas del ritmo cardíaco en 30 personas

Observa que el valor 50 de pulsaciones se corresponde con la frecuencia acumulada igual a cero (0); así va creciendo por segmentos hasta llegar a las 95 pulsaciones con una frecuencia acumulada de 30 (número total de personas a las que se les tomó el número de pulsaciones).

Ejemplo 28

A continuación presentamos la figura 21 de frecuencias acumuladas porcentuales correspondiente a la tabla XXII del ejemplo 16. Obsérvala con atención e indica si presenta algún error. (Sugerencia: observa las escalas y, especialmente los orígenes).

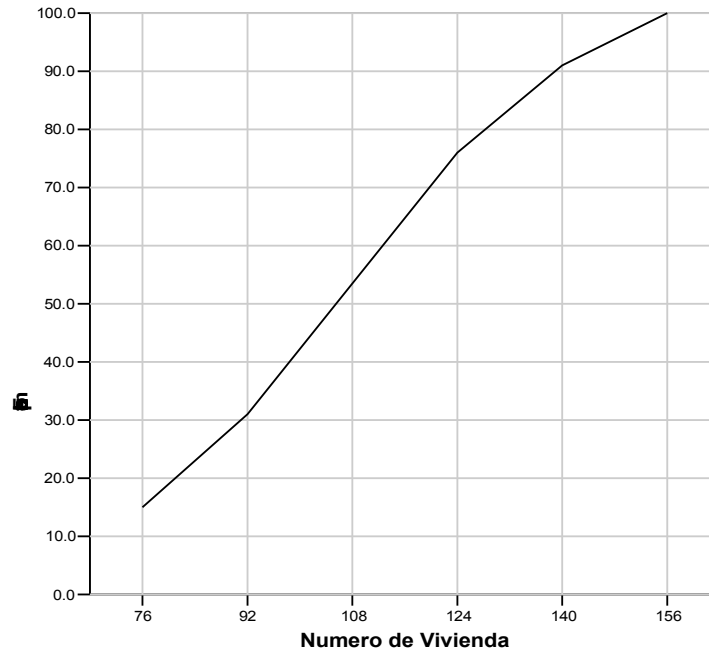


Figura 21. Frecuencias acumuladas de habitantes según el número de vivienda de una calle

Ejercicios

22. La tabla XXIX nos da el número de nacimientos en 1786 mujeres, según la edad, en un país europeo.

Tabla XXIX. Distribución de nacimiento según edad de la madre

Edad (en años)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 50)
Número de nacimientos	40	386	700	450	160	40

- a) Realiza el polígono de frecuencias acumuladas.
- b) ¿Cuál es el porcentaje de nacimientos en mujeres de 15 a 30 años?

- c) ¿Cuál es el porcentaje de nacimientos en mujeres de 40 a 50 años?
- d) Con base en el gráfico, identifica desde los 15 años hasta qué edad se registra el 50% de los nacimientos.

23. La figura 22 muestra un polígono de frecuencias acumuladas correspondiente a una distribución de datos agrupados en intervalos.

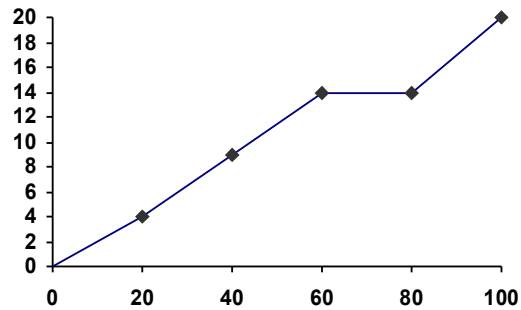


Figura 22. Polígono de frecuencias acumuladas por intervalo

Construye la tabla de frecuencias absolutas que refleje los datos de la gráfica presentada.

5. Estadística engañosa

Casi toda la gente somos consumidores de estadística, en diarios, revistas, televisión, etc. Por lo tanto debemos tener cuidado con la información que recibimos, si es correcta, si está bien presentada o si esconde algún "defecto". En el tema que nos toca, las gráficas pueden estar trucadas o ser engañosas.

La escala de las frecuencias debe empezar en cero a fin de presentar una imagen total. Por lo general, las gráficas que no comienzan en cero se usan para ahorrar espacio, sin embargo estas últimas tienden a subrayar la variación sin tomar el tamaño total. En otras ocasiones las escalas aparecen cortadas o no se respetan, lo cual es incorrecto.

Como consecuencia, debe quedarnos en claro que la Estadística, como un lenguaje, se puede usar con abuso en manos de inexpertos o gente sin escrúpulos.

Veamos un ejemplo:

Ejemplo 29

En la figura 23, el eje vertical está truncado, comienza en \$12.20 y no, en cero. De este modo se resalta la idea de que los salarios han crecido mucho, ya que la curva tiene una pendiente más empinada.

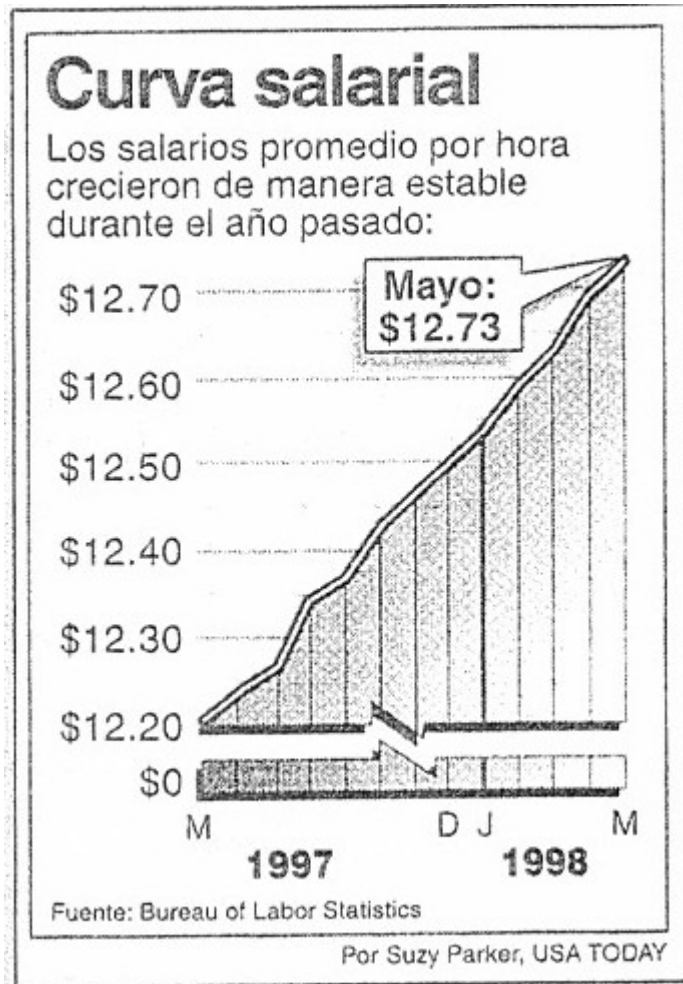


Figura 23. Curva de crecimiento de los salarios en Estados Unidos durante 1997 y 1998.

Ejercicios

24. Observa la siguiente gráfica y analízala. Marca los errores que encuentres.



Figura 24. Porcentaje de adultos que presentan sobrepeso a lo largo del tiempo

25. El señor Gómez, director comercial de un diario, ha decidido impresionar al personal del Consejo de Administración y ha ordenado confeccionar una gráfica de las ventas del año pasado, el primero de su gestión en el diario. Su objetivo es conseguir un aumento de sueldo.

Los ejemplares vendidos por meses son:

Enero	703 253
Febrero	710 345
Marzo	715 247
Abril	723 345
Mayo	730 401
Junio	733 405

Julio	736 506
Agosto	740 730
Septiembre	743 802
Octubre	744 900
Noviembre	746 337
Diciembre	749 638

La gráfica que presentó el estadista de la empresa es la siguiente:

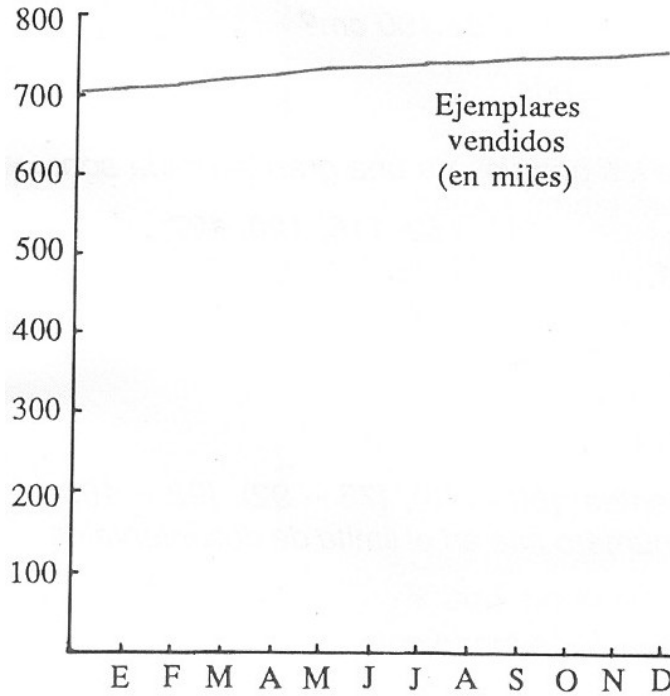


Figura 25. Número de ejemplares vendidos en función del tiempo, eje de frecuencias a partir de cero

Pero al señor Gómez no le gustó y él mismo confeccionó otra más convincente; así, con un poco de suerte, le darán el aumento. ¿Tú qué opinas? Haz un análisis de las dos gráficas.

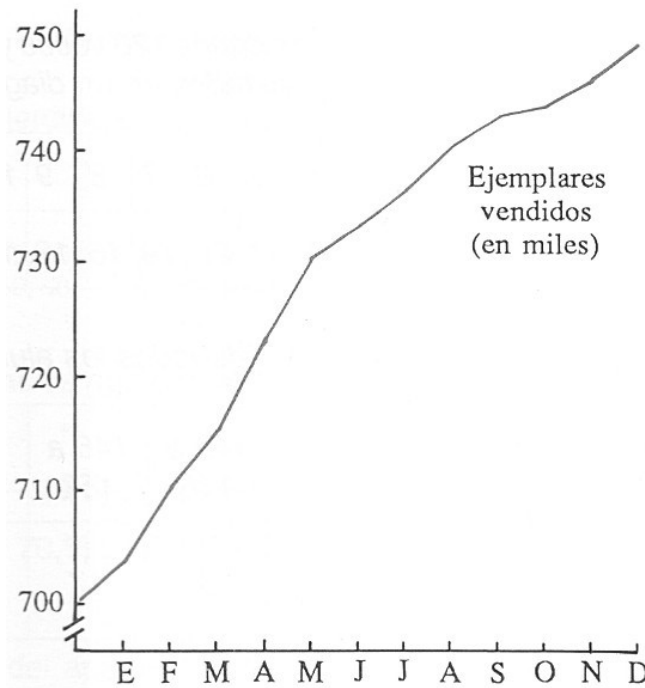


Figura 26. Número de ejemplares vendidos en función del tiempo, eje de frecuencias a partir de 700

Ejercicios finales

26. Los dentistas pediatras afirman que el primer examen dental de los niños debe hacerse cuando éstos tienen entre los seis meses y un año de edad. La siguiente tabla muestra las edades en que se practicó el primer examen dental a una muestra de niños.

Tabla XXX. Distribución de primer examen dental según edades.

Edad (en años) en que se hizo el primer examen dental	1	2	3	4	5
Frecuencia	9	11	23	16	21

- a) ¿De cuántos niños consta la muestra?
- b) ¿Es ésta una distribución de datos aislados o de datos agrupados? Explica por qué.
- c) Realiza una gráfica que visualice estos datos.
27. La instantánea de Estados Unidos (*USA Snapshot*, del periódico *USA Today*) "Cómo decirte que te amo" muestra los resultados de una encuesta sobre la mejor forma de mostrar afecto.

Tabla XXXI. Distribución de modos de mostrar afecto por porcentajes

Mejor forma de mostrar afecto	Dar un regalo	Estrechar la mano	Dar un beso y un abrazo	Sonreír	Otra
Porcentaje que lo afirmó	10%	10%	51%	20%	9%

- a) Elabora una gráfica de barras que represente la información.
- b) Realiza la misma encuesta en tu clase y compara resultados.
28. La revista *PC World* publica periódicamente los resultados de sus pruebas de desempeño y la clasificación general de las 20 computadoras de escritorio más importantes. A continuación se presenta una lista de los cuatro fabricantes más importantes, junto con el desempeño de sus máquinas.

Tabla XXXII. Clasificación de computadoras según desempeño

Fabricante	Clasificación general
Gateway	88
Dell	87
Quantex	84
NEC	82

Realiza dos gráficos de barras con los datos de la clasificación. Para la primera, la escala del eje de frecuencias debe ir de 80 a 89 y para la segunda, el eje debe ir de 0 a 100. ¿Cuál es tu conclusión sobre cómo se visualizan los desempeños en ambas gráficas? ¿Qué recomendarías para mejorar las gráficas?

29. La siguiente gráfica (Figura 27) muestra la tasa de desempleo de México en función del tiempo, extraído del Cuaderno de información oportuna N° 391 de octubre de 2005 (INEGI). Analízalo y elabora un informe que explique la situación.

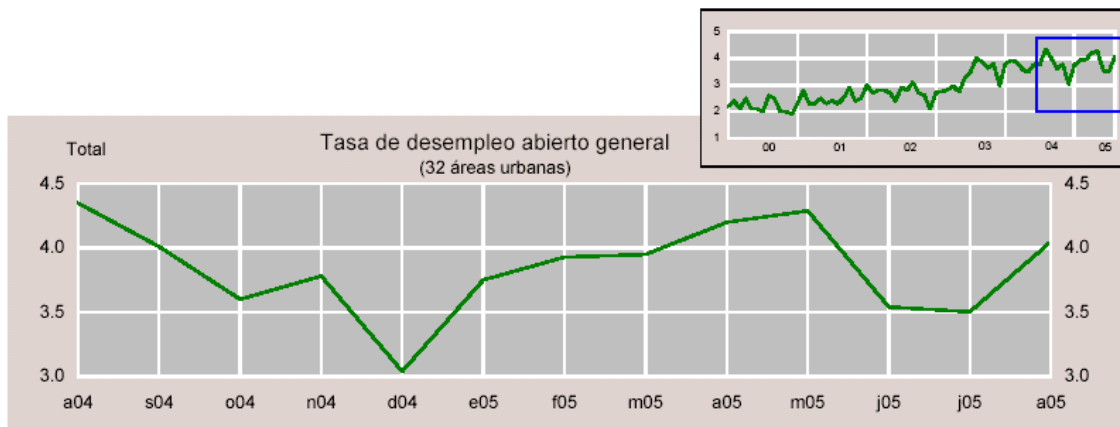


Figura 27. Tasa de desempleo en México desde agosto de 2004 a agosto de 2005.

30. La tabla XXXIII especifica la cantidad de basura sólida (por tipo) que se genera en las ciudades mexicanas. Analízala, extrae una porción de la misma y escribe cuatro preguntas acerca de esa porción y respóndelas.

Tabla XXXIII. Generación de residuos sólidos por tipo de basura, 1995 a 2004

(Miles de toneladas)	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Tipo de basura										
Total	30 510	31 959	29 272	30 550	30 952	30 733	31 489	32 174	32 916	34 603
Papel, cartón, productos de papel	4 293	4 497	4 119	4 298	4 355	4 324	4 430	4 527	4 909	5 160
Textiles	455	476	436	455	461	458	469	479	495	520
Plásticos	1 336	1 400	1 282	1 338	1 356	1 346	1 379	1 409	2 013	2 116
Vidrios	1 800	1 886	1 727	1 802	1 826	1 813	1 858	1 898	2 158	2 210
Metales	885	927	849	886	898	891	913	933	1 048	1 160
Aluminio	488	511	468	489	495	492	504	515	587	606
Ferrosos	246	257	236	246	249	247	253	259	283	329
Otros ferrosos ^a	151	158	145	151	153	152	156	159	178	225
Basura de comida, de jardines y materiales orgánicos similares	15 987	16 747	15 339	16 008	16 219	16 104	16 500	16 859	16 590	17 441
Otro tipo de basura (residuos finos, pañal desechable, etc.)	5 754	6 028	5 521	5 762	5 838	5 796	5 939	6 068	5 703	5 996

NOTA: Debido al redondeo de cifras la suma de los parciales puede no coincidir con el total.
^a Incluye cobre, plomo, estaño y níquel.
 FUENTE: INEGI. Con base en SEDESOL. DGOT. Subdirección de Asistencia Técnica a Organismos Operadores Urbanos Regionales.

31. La tabla XXXIV presenta los porcentajes de nivel de instrucción de la población mexicana de 15 años o más, a lo largo de cuatro décadas. Presenta dicha información en una gráfica que permita una buena interpretación visual de los datos.

Tabla XXXIV. Porcentajes de nivel de instrucción de la población mexicana por sexo

Indicador	1960	1970	1990	2000
Población de 15 y más años	19 471 022	25 938 558	50 103 141	64 896 439
Sin instrucción	40.1	31.6	13.7	10.3
Primaria incompleta ^a	40.3	38.9	23.2	18.1
Primaria completa ^b	12.0	16.8	19.7	19.4
Secundaria incompleta ^c	2.4	3.4	6.3	5.3
Secundaria completa ^d	2.1	3.0	14.0	19.1
Media superior ^e	2.1	3.9	14.6	16.8
Superior ^f	1.0	2.4	8.5	11.0
Hombres	9 538 527	12 708 253	24 165 024	31 077 499
Sin instrucción	35.9	28.1	11.7	8.8
Primaria incompleta ^a	43.2	40.5	23.1	17.8
Primaria completa ^b	12.3	15.6	19.3	18.5
Secundaria incompleta ^c	2.6	4.5	7.0	6.1
Secundaria completa ^d	2.0	3.6	14.5	19.8
Media superior ^e	2.4	4.1	14.1	16.3
Superior ^f	1.6	3.6	10.3	12.7
Mujeres	9 932 495	13 230 305	25 938 117	33 818 940
Sin instrucción	43.9	35.0	15.6	11.7
Primaria incompleta ^a	37.3	37.2	23.5	18.5
Primaria completa ^b	11.8	18.0	20.0	20.1
Secundaria incompleta ^c	2.3	2.4	5.6	4.6
Secundaria completa ^d	2.3	2.5	13.5	18.4
Media superior ^e	1.9	3.7	15.1	17.3
Superior ^f	0.5	1.2	6.7	9.4

NOTA: Excluye a la población que no especificó su nivel de instrucción.

^a Incluye a la población con algún grado aprobado entre uno y cinco años de primaria.

^b Incluye a la población con seis grados aprobados de primaria.

^c Incluye a la población con uno y dos grados aprobados de secundaria o equivalente.

^d Incluye a la población con tres grados aprobados de secundaria o equivalente.

^e Incluye a la población con al menos un grado aprobado de bachillerato o equivalente.

^f Incluye a la población con al menos un grado aprobado de licenciatura o equivalente más los que tienen algún grado aprobado de posgrado.

^g Se refiere a la población de 15 y más años con algún grado aprobado de primaria más los que tienen algún grado aprobado de secundaria. Sólo en 1960, incluye estudios equivalentes.

FUENTE: Para 1960: DGE. *VIII Censo General de Población, 1960*. México, D.F., 1962.

Para 1970: DGE. *IX Censo General de Población, 1970*. México, D.F., 1972.

DGE. *IX Censo General de Población, 1970*. Base de datos de la muestra censal.

Para 1990: INEGI. *XI Censo General de Población y Vivienda, 1990*. Aguascalientes, Ags., 1992.

Para 2000: INEGI. *XII Censo General de Población y Vivienda, 2000. Tabulados Básicos*. Aguascalientes, Ags., 2001.

32. La tabla XXXV presenta información acerca de los porcentajes de nacimientos registrados en México por edad de la madre. La información fue tomada del libro *Indicadores sociodemográficos de México (1930-2000)* publicado por INEGI. Relaciona esta información con la que figura en el ejercicio 22 y elabora un pequeño informe comparativo.

Tabla XXXV. Porcentajes de nacimientos en México según edad de la madre

Edades	Porcentajes de nacimientos
Menores de 15	0.4
15 a 19	16.4
20 a 25	30.9
25 a 29	26.2
30 a 34	15.9
35 a 39	7.6
40 a 44	2.2
45 a 49	0.3
50 años o más	0.1

33. La siguiente gráfica (ver figura 28) apareció en el diario El vigía del día 14 de febrero de 2006. ¿Qué crítica puedes hacerle a la misma?

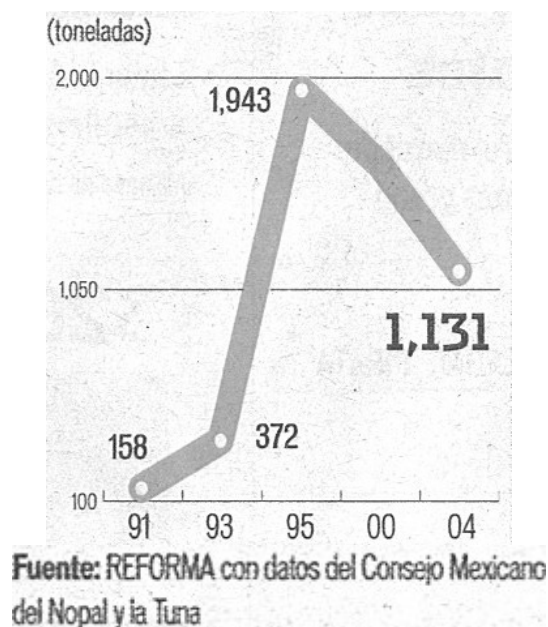


Figura 28. Exportaciones de nopales en vinagre a Estados Unidos

Problema final

La UABC pretende incentivar la lectura en sus estudiantes; para ello primeramente desea hacer un diagnóstico acerca de gustos, tiempos de lectura, etc. de los alumnos.

Para ayudar en esta empresa, les solicitamos que elaboren una encuesta (máximo 4 preguntas) que permita hacer un buen diagnóstico dentro de los estudiantes del tronco común de Ciencias Administrativas y Sociales. Luego, aplíquelo y entreguen un informe con el análisis de la información obtenida.

ANEXO D

Examen de conocimientos



Examen de conocimientos

Estadística descriptiva

Tema: Distribución de frecuencias



El presente examen de conocimientos forma parte de una experiencia didáctica que tiene como fin la búsqueda de mejores métodos para el aprendizaje de la Estadística básica a nivel universitario. La información que proporcionará será de sumo interés y utilidad para el éxito de la experiencia. Muchas gracias por tu colaboración.
El examen consta de 20 ejercicios de opción múltiple. Por favor, lee con atención y pon tu mayor empeño para responder.

Instrucciones: Cada pregunta de este examen contiene cinco opciones de respuesta de las cuales una y sólo una es la mejor.
Lee atentamente y selecciona la letra (**a, b, c, d**) que consideres como mejor respuesta para cada ejercicio y escríbela en la hoja adjunta en la fila del número de pregunta a responder.
Si no sabes cuál es la opción mejor, opta por "No sé" (opción **e**).
Puedes usar calculadora y tus apuntes durante el examen.

Aquí tienes un ejemplo:

0. Dada la siguiente tabla de calificaciones de un examen:

Calificación	frecuencia
5	4
6	2
7	5
8	8
9	6
10	4

El número "5" de la columna **frecuencia** significa que:

- a) hubo 5 calificaciones.
- b) hubo 5 estudiantes que obtuvieron 7 en el examen.
- c) la calificación 5 estuvo representada por 7 estudiantes.
- d) la calificación 5 estuvo representada por 4 estudiantes.
- e) No sé.

Nota: La opción **b** es la correcta.

1. En una distribución de frecuencias, se conoce como **frecuencia absoluta** al número de veces que se repite:
- una variable.
 - un valor.
 - una variable, dividida por el total de variables.
 - un valor, dividido por el total de valores.
 - No sé.

2. Dada la siguiente lista de 20 calificaciones de un examen:

8 7 7 8 9 4 7 6 3 8
6 8 4 3 6 8 10 9 5 10

La tabla de frecuencias absolutas asociada es:

Calif.	f
3	2
4	2
5	1
6	3
7	2
8	6
9	2
10	2

Calif.	f
3	2
4	3
5	1
6	3
7	3
8	4
9	3
10	2

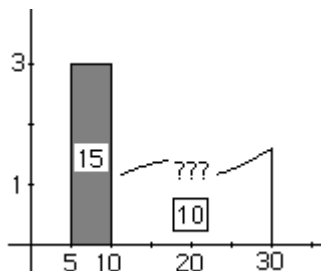
Calif.	f
3	2
4	3
5	1
6	3
7	2
8	5
9	2
10	2

Calif.	f
3	2
4	2
5	1
6	3
7	3
8	5
9	2
10	2

- e) No sé.

3. Para representar el número de habitantes de cada país de América del Sur (son 13 países), es decir, a cada país asignarle su cantidad de habitantes, el tipo de gráfico más apropiado es:
- de barras.
 - de pastel.
 - un histograma.
 - un polígono de frecuencias acumuladas.
 - No sé.

4. En un histograma, sobre el intervalo 5 – 10 se ha graficado un rectángulo (cuya área representa la frecuencia absoluta) de altura 3. ¿De qué altura se deberá graficar un rectángulo para el intervalo 10 – 30 cuya frecuencia es 10? (ver el dibujo).



- 0.5
1
10
No se puede determinar con esos datos.
No sé.

5. Los siguientes datos representan las alturas, en centímetros, de 50 alumnos:

175 156 168 159 171 185 186 150 179 185
 174 169 163 176 168 170 175 182 154 162
 174 165 180 171 184 183 174 173 173 173
 163 166 160 189 173 167 168 169 173 164
 168 166 178 172 174 172 180 171 162 167

¿Cuál de las siguientes tablas te parece que representa mejor los datos anteriores?

a)

Intervalo	f
148-162	7
162-176	32
176-190	11
N	50

b)

Intervalo	f
149-154	1
154-160	3
160-168	10
168-173	13
173-180	14
180-190	9
N	50

c)

Intervalo	f
149.5-157.5	3
157.5-165.5	8
165.5-173.5	21
173.5-181.5	11
181.5-189.5	7
N	50

d)

Intervalo	f
149.5-151.5	1
151.5-153.5	0
153.5-155.5	1
155.5-157.5	1
157.5-159.5	1
159.5-161.5	1
161.5-163.5	4
163.5-165.5	2
165.5-167.7	4
167.5-169.5	6
169.5-171.5	4
171.5-173.5	7
173.5-175.5	6
175.5-177.5	1
177.5-179.5	2
179.5-181.5	2
181.5-183.5	2
183.5-185.5	3
185.5-187.7	1
187.5-189.5	1
N	50

e) No sé.

6. En una población de 25 familias se ha registrado la variable “número de autos que tiene cada familia” y se ha obtenido la siguiente tabla:

Nº de autos	Nº de familias
0	2
1	12
2	7
3	3
4	1
N	25

De la tabla se puede inferir que el **número total de autos** es:

- a) 10
- b) 25
- c) 39
- d) 41
- e) No sé.

7. Observa la siguiente tabla de frecuencias relativas porcentuales ($f_{r\%}$) que se obtuvo después de aplicar una encuesta a habitantes de Estados Unidos acerca de cuáles actividades les gusta realizar en su tiempo libre (donde se le permitía, a cada entrevistado, optar por más de una actividad).

Actividades en el tiempo libre	$f_{r\%}$
Mirar televisión	96
Ir al cine	60
Hacer ejercicio	55
Hacer actividades de jardín	47
Leer	47

Fuente: nea.gov. Obtenido de la página web USA Snapshot (USA Today) el 17 de nov. de 2005.

De ella **se puede asegurar** que:

- algunos de los que optaron por hacer actividades de jardín también lo hicieron por leer.
 - algunos de los que optaron por ir al cine también lo hicieron por mirar televisión.
 - las personas que optaron por ir al cine son las mismas que también optaron por ver televisión.
 - las personas que optaron por hacer actividades de jardín son las mismas que optaron por leer.
 - No sé.
8. Observa las tablas de dos muestras (de diferente número N de datos) acerca de la edad que tuvieron algunos niños en el momento de caminar:

Muestra 1

Tiempo (meses)	9	10	11	12	13	14	15	N
N° de niños	1	4	9	16	11	8	1	50

Muestra 2

Tiempo (meses)	9	10	11	12	13	14	15	N
N° de niños	2	11	26	49	45	25	5	163

Para hacer un **análisis comparativo** de las dos muestras, la **mejor opción** es confrontar:

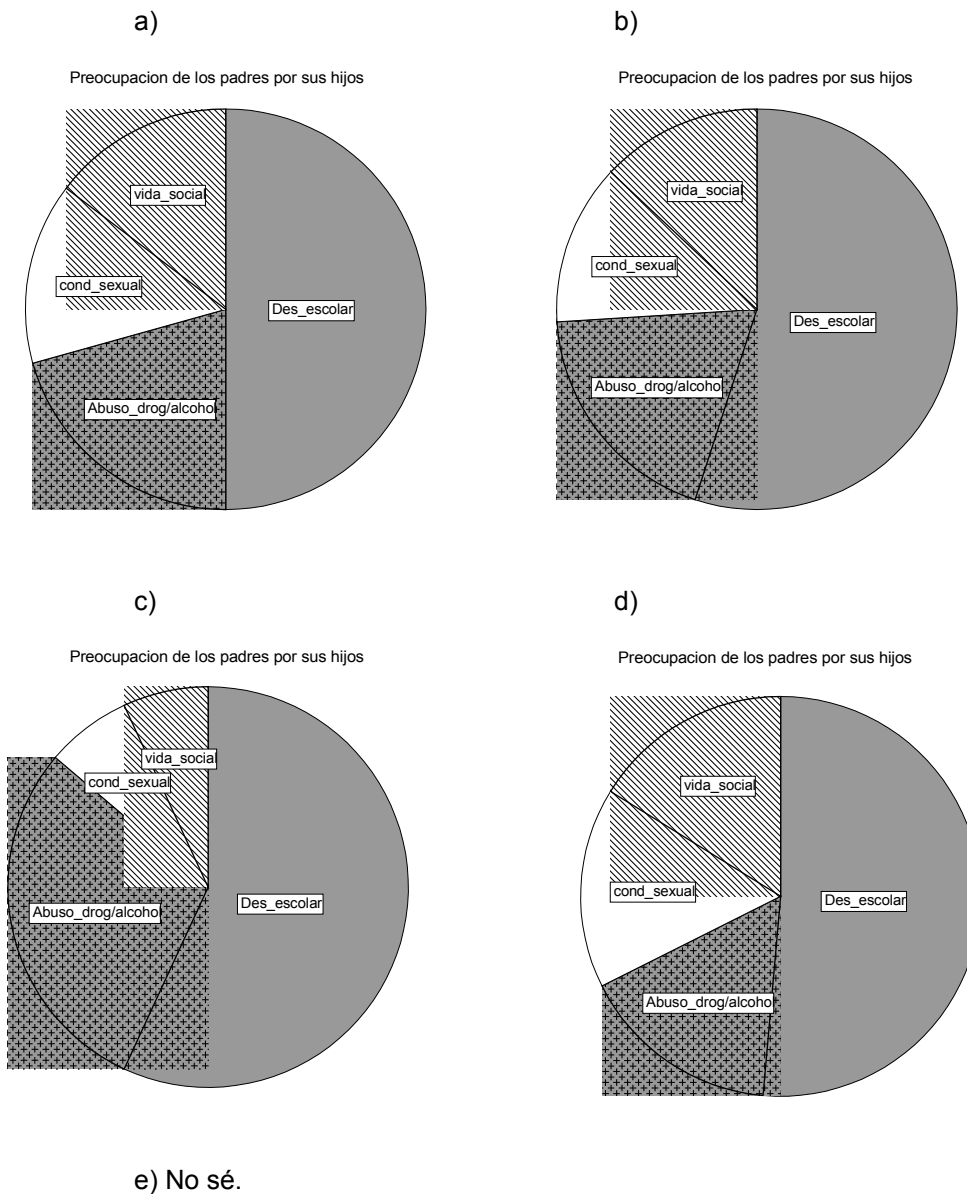
- ambas tablas.
- las gráficas respectivas de ambas tablas.
- las tablas respectivas de frecuencias acumuladas.
- las tablas respectivas de frecuencias relativas.
- No sé.

9. Una encuesta aplicada en Estados Unidos a 300 padres, para conocer cuál es su mayor preocupación por sus hijos en la escuela preparatoria, arrojó los siguientes resultados:

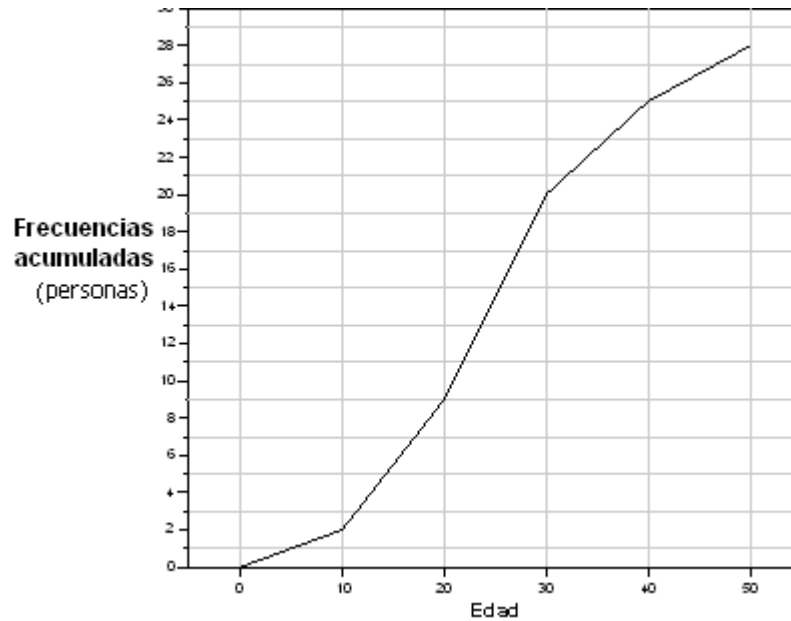
Tipo de preocupación	f
Desempeño escolar	165
Abuso de drogas y/o alcohol	57
Conducta sexual	39
Vida social	39
N	300

Fuente: Glaxo Smith Kline. Obtenido, con algunas variantes, de la página web USA Snapshot (USA Today) el 17 de nov. de 2005.

La gráfica de pastel asociada a la tabla anterior es:



10. Se contó el número de personas (según su edad) que viajaban en un autobús y se obtuvo el siguiente polígono de frecuencias **ACUMULADAS** agrupadas en intervalos de edades.



La tabla de frecuencias ABSOLUTAS que se corresponde con la gráfica anterior es:

a)

edad	f
10	2
20	7
30	11
40	5
50	3

b)

edad	f
10	2
20	9
30	20
40	25
50	28

c)

edad	f
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	11
30 – 40	5
40 – 50	3

d)

edad	f
0 – 10	2
10 – 20	9
20 – 30	20
30 – 40	25
40 – 50	28

e) No sé.

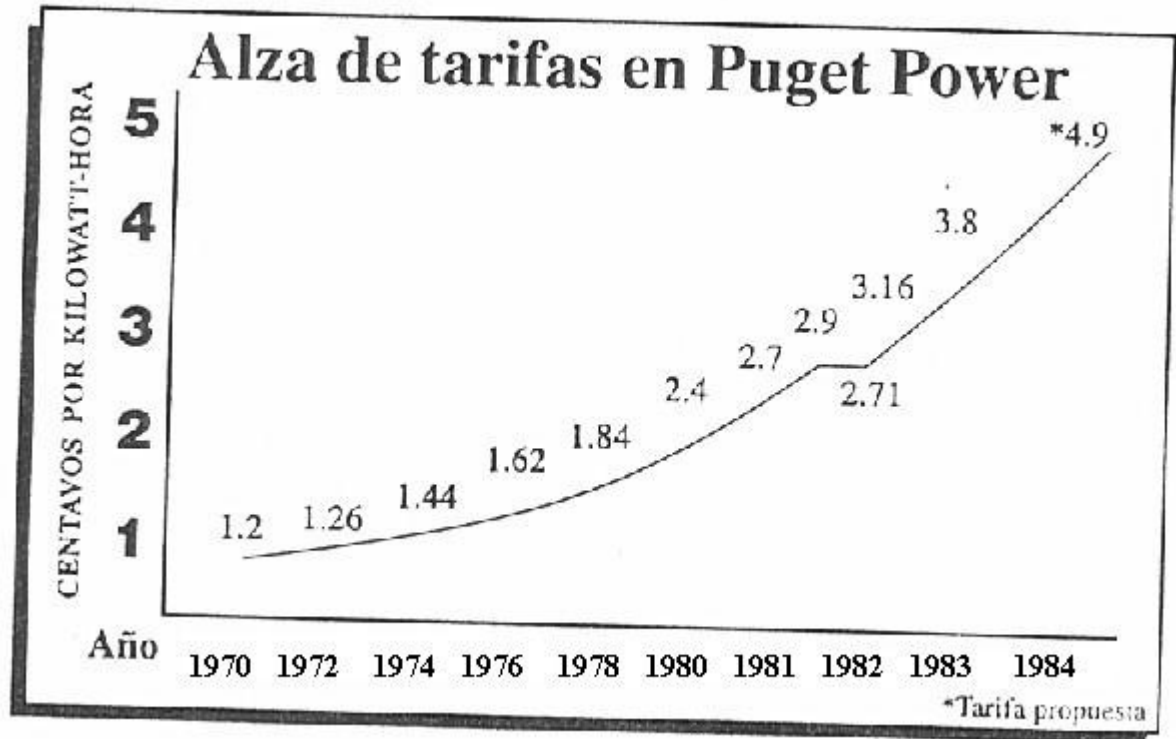
11. En el proceso de fabricación del vino, a éste se le agrega un determinado compuesto químico. Se ha comprobado la concentración de este compuesto en 200 botellas y se han obtenido estos datos.

Concentración (mg/l)	20.0 - 20.2	20.2 - 20.4	20.4 - 20.6	20.6 - 20.8	20.8 - 21.0
Nº de botellas	15	38	76	57	14

Se estima que el vino no se debe consumir si la concentración de ese compuesto es superior a 20.8 mg/l. Según esto, ¿qué porcentaje de botellas habría que descartar?

- a) 7%
- b) 14%
- c) 20%
- d) Un porcentaje distinto de los anteriores.
- e) No sé.

12. La siguiente gráfica presenta el aumento de tarifas de una compañía de energía eléctrica desde 1970 hasta 1984.



Observa que la gráfica presenta un error de escalas sobre el eje de los años. Ese error pretende:

- a) que todos los datos quepan en la gráfica.
 - b) mostrar los últimos datos de la gráfica.
 - c) que la curva parezca más empinada de lo correcto.
 - d) que la curva parezca menos empinada de lo correcto.
 - e) No sé.
13. A un grupo de estudiantes universitarios se les ha preguntado: 1) cuál es su deporte favorito y 2) el número de horas que estudia a la semana. La mejor manera de representar gráficamente estos datos es, respectivamente, a través de:
- a) gráfica de barras e histograma.
 - b) histograma y gráfica de barras.
 - c) histograma y gráfica de pastel.
 - d) polígono de frecuencias acumuladas e histograma.
 - e) No sé.

14. A partir de la encuesta realizada a 500 familias acerca del número de veces por semana que perdían el control remoto de su televisor, se obtuvo la siguiente tabla:

Nº de pérdidas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f	150	100	64	37	24	40	44	20	16	5

¿Qué porcentaje de las familias perdía el control remoto al menos una vez por semana?

- a) 20%.
 - b) 30%.
 - c) 50%.
 - d) 70%.
 - e) No sé.
15. La frecuencia acumulada de un intervalo se obtiene de sumar las frecuencias...
- a) anteriores al intervalo considerado.
 - b) del intervalo con las frecuencias anteriores al mismo.
 - c) posteriores al intervalo considerado.
 - d) totales que figuran como datos en la tabla.
 - e) No sé.
16. “En los gráficos de polígonos de frecuencia acumulada por intervalos, se supone que la frecuencia acumulada se distribuye uniformemente a lo largo de cada intervalo.”

¿Qué significa que se distribuye uniformemente a lo largo de cada intervalo?
Que en **cada intervalo** la frecuencia...

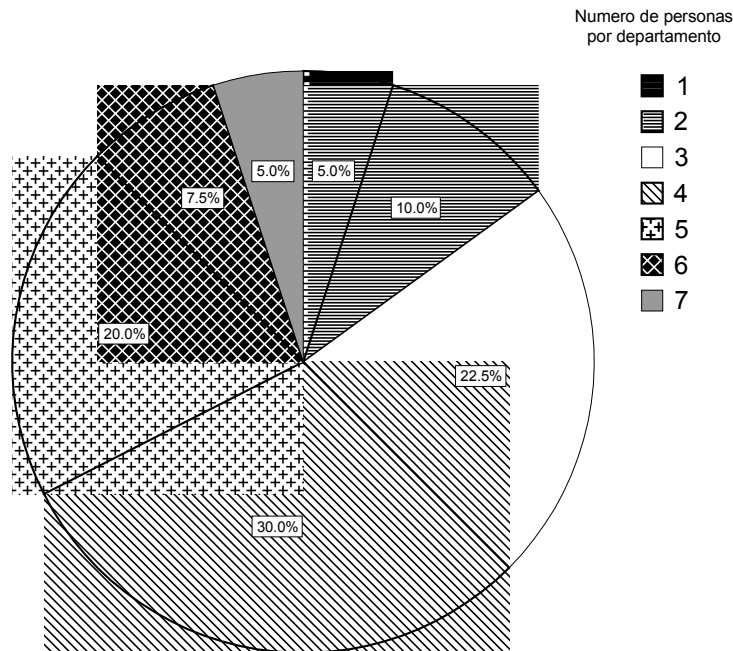
- a) crece hasta llegar al valor total (N) de datos.
 - b) crece en forma lineal (segmento).
 - c) se comporta como una regla de tres.
 - d) vale lo mismo para todos los puntos.
 - e) No sé.
17. ¿Para qué tipo de variables se utiliza, preferentemente, la gráfica de pastel?
- a) Variables cualitativas.
 - b) Variables cuantitativas continuas.
 - c) Variables cuantitativas discretas y continuas.
 - d) Todo tipo de variables.
 - e) No sé.

18. La industria privada reporta que 158 trabajadores se ausentaron de sus labores debido al síndrome del túnel carpal. Las duraciones (en días) que los trabajadores se ausentaron debido a este problema, se presentan en una tabla, a continuación:

Duración de la ausencia (días)	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49
Número de trabajadores	37	24	38	32	27

Los datos de la columna sombreada significan que, debido al síndrome de túnel carpal:

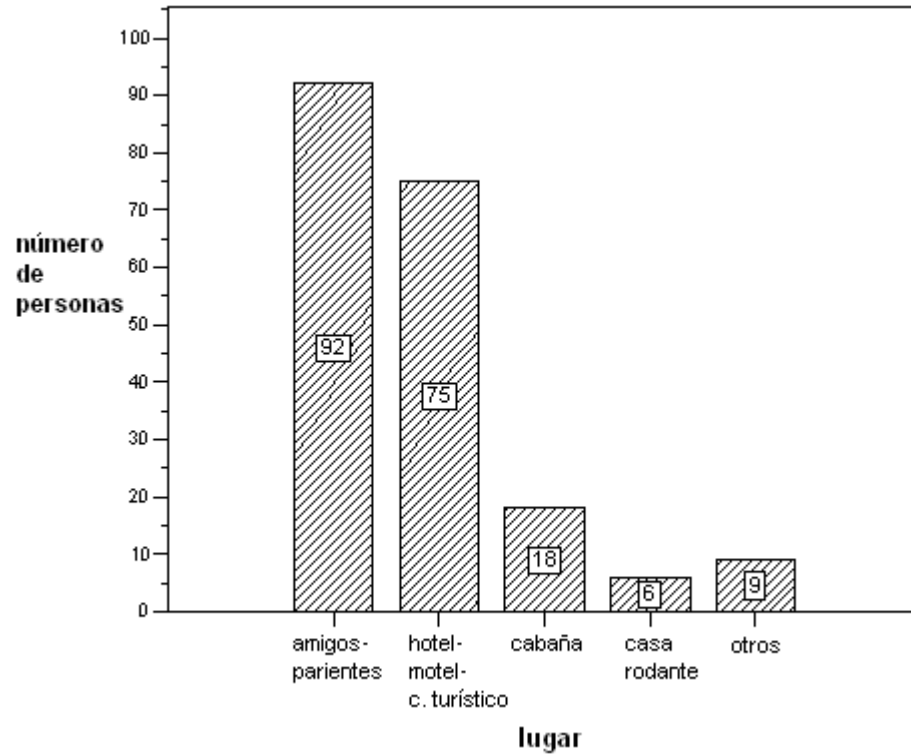
- 38 trabajadores que se ausentan tienen de 20 a 29 años.
 - los trabajadores que tienen de 20 a 29 años se ausentan 38 días.
 - 38 trabajadores piden licencia de 20 a 29 veces en el año.
 - 38 trabajadores se ausentan de 20 a 29 días.
 - No sé.
19. La siguiente gráfica de pastel muestra el **porcentaje** de departamentos según el número de personas que viven en un edificio de Ensenada (**con 40 departamentos**).



La **cantidad de departamentos** donde habitan cuatro personas es:

- 2
- 4
- 12
- 30
- No sé.

20. La siguiente gráfica de barras muestra dónde se hospedan los viajeros dentro de Estados Unidos. La muestra se hizo con 200 personas.



¿Cuál es el porcentaje de los encuestados que NO se aloja en casa de amigos ni parientes?

- a) 108%
- b) 92%
- c) 54%
- d) Otro porcentaje distinto de los anteriores.
- e) No sé



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
 Maestría en Ciencias Educativas



Examen de conocimientos

Hoja de respuestas

Apellido paterno	Apellido materno	Nombre

Instrucciones: Cada pregunta del cuaderno de examen contiene cinco opciones de respuesta de las cuales una y sólo una es la mejor.
 Lee atentamente y selecciona la letra **(a, b, c, d)** que consideres como mejor respuesta para cada ejercicio y marca con una X en esta hoja adjunta en la fila del número de pregunta a responder.
 Si no sabes cuál es la opción mejor, opta por “No sé” (opción **e**).
Como ejemplo tienes el ejercicio 0.

00	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
01	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
02	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
03	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
04	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
05	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
06	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
07	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
08	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
09	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
10	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
11	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
12	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
13	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
14	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
15	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
16	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
17	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
18	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
19	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
20	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)

ANEXO E

Escala de actitud hacia la Estadística



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
Maestría en Ciencias Educativas



Encuesta general y Escala de actitud hacia la Estadística

Con la presente encuesta se pretende recopilar información acerca de tu actitud hacia la Estadística. Tu opinión aportará datos acerca de tu aprendizaje de la Estadística. No hay respuestas buenas ni malas y la información que aquí proporcionas es estrictamente confidencial. Muchas gracias por tu colaboración.

Instrucciones: Por favor, escribe la información que se te solicita en cada recuadro.

1. DATOS GENERALES

<input type="text"/>	<input type="text"/>	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
1.1 Apellido paterno	Apellido materno	Nombre
<input type="text"/>	<input type="text"/>	
1.2 Edad	1.3 Lugar de nacimiento	
1.4 Género:	<input type="checkbox"/> Masculino	<input type="checkbox"/> Femenino
<input type="text"/>		
1.5 Carrera profesional / tronco común que actualmente cursas		

2. TRAYECTORIA ESCOLAR

2.1 Promedio de bachillerato:	<input type="text"/>	
2.2 Tipo de bachillerato:	<input type="checkbox"/> Público	<input type="checkbox"/> Particular
2.3 Promedio actual de calificaciones en universidad:	<input type="text"/>	

2.4 Cantidad de materias de Estadística cursadas:

[considerar bachillerato y universidad]

Instrucciones: Los enunciados que se presentan a continuación son para identificar tu actitud hacia la Estadística. Las respuestas están en una escala de cinco opciones, desde “totalmente en desacuerdo” hasta “totalmente de acuerdo”. Por favor, lee cada enunciado y marca con una cruz (x) aquella opción que más claramente represente tu opinión con la idea.

3. ACTITUD HACIA LA ESTADÍSTICA

		Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indeciso	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
3.1.	Me gusta la Estadística.					
3.2.	Me siento inseguro(a) cuando tengo que resolver problemas estadísticos.					
3.3.	Entiendo las fórmulas estadísticas.					
3.4.	La Estadística es importante.					
3.5.	La Estadística es una materia complicada.					
3.6.	No tengo idea acerca de qué trata la Estadística.					
3.7.	La Estadística es inútil para mi vida como profesionista.					
3.8.	Me siento frustrado(a) en los exámenes de Estadística.					
3.9.	El pensamiento estadístico es inaplicable en mi vida, fuera de mi ámbito laboral.					
3.10.	Uso la Estadística en mi vida diaria.					
3.11.	Me siento estresado(a) durante las clases de Estadística.					
3.12.	Se necesita mucha disciplina para aprender Estadística.					
3.13.	Cometo muchos errores matemáticos cuando hago estadísticas.					
3.14.	Siento miedo hacia la Estadística.					
3.15.	La Estadística necesita de muchos cálculos.					
3.16.	Puedo aprender Estadística.					
3.17.	La Estadística es muy técnica.					
3.18.	Es difícil para mí entender los conceptos estadísticos.					
3.19.	Considero que debo aprender una nueva forma de pensar para poder					

	hacer Estadística.					
3.20.	Entiendo las ecuaciones estadísticas.					

ANEXO F

Escala de percepción general de la experiencia



Universidad Autónoma de Baja California
Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo
 Maestría en Ciencias Educativas



Escala de percepción general de la experiencia

Con la presente encuesta se pretende recopilar información acerca de tu percepción general de esta intervención didáctica.
 Tu opinión servirá para evaluar esta didáctica y que esto repercuta en un mejor aprendizaje de la Estadística.
 No hay respuestas buenas ni malas y la información que aquí proporcionas es estrictamente confidencial.
 Muchas gracias por tu colaboración.

1.1 Apellido paterno	Apellido materno	Nombre

Instrucciones: Las respuestas a cada enunciado están en una escala de cinco opciones, desde “totalmente en desacuerdo” hasta “totalmente de acuerdo”. Por favor, lee cada enunciado y marca con una cruz (x) aquella opción que más claramente represente tu opinión con la idea.

4. PERCEPCIÓN GENERAL DE LA EXPERIENCIA

		Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indeciso	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
4.1.	El aprendizaje que he logrado en esta experiencia es de buena <i>calidad</i> .					
4.2.	El aprendizaje obtenido con esta experiencia me ha sido <i>útil</i> .					
4.3.	El <i>cuaderno</i> del estudiante me pareció <i>confuso</i> .					
4.4.	Considero que el <i>cuaderno</i> del estudiante está bien <i>organizado</i> .					
4.5.	Considero que los contenidos del <i>cuaderno</i> del estudiante fueron tratados con <i>profundidad</i> .					
4.6.	Considero que el material presentado en el <i>cuaderno</i> fue <i>innovador</i> .					
4.7.	Consulté el <i>mapa conceptual</i> .					
4.8.	El <i>mapa conceptual</i> del cuaderno me pareció <i>confuso</i> .					
4.9.	El <i>mapa conceptual</i> del cuaderno me pareció <i>incompleto</i> .					

F – Escala percepción de la experiencia

		Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indeciso	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
4.10.	El <i>mapa conceptual</i> del cuaderno me resultó <i>útil</i> para situar mi aprendizaje.					
4.11.	El <i>glosario</i> me pareció <i>inútil</i> .					
4.12.	El <i>glosario</i> me pareció <i>completo</i> .					
4.13.	El <i>glosario</i> me pareció <i>claro</i> .					
4.14.	No consulté el <i>glosario</i> .					
4.15.	Las definiciones de los <i>conceptos</i> que se dieron en el cuaderno me parecieron <i>claras</i> .					
4.16.	Los <i>procedimientos</i> que se presentaron en el cuaderno me parecieron <i>confusos</i> .					
4.17.	Leí los <i>ejemplos</i> .					
4.18.	Los <i>ejemplos</i> del cuaderno me parecieron <i>claros</i> .					
4.19.	Los <i>ejemplos</i> del cuaderno me parecieron <i>insuficientes</i> .					
4.20.	Los <i>ejemplos</i> del cuaderno me parecieron <i>interesantes</i> .					
4.21.	Los <i>ejemplos</i> me parecieron <i>inútiles</i> .					
4.22.	No resolví los <i>ejercicios</i> .					
4.23.	Los <i>ejercicios</i> del cuaderno me parecieron <i>interesantes</i> .					
4.24.	Los <i>ejercicios</i> del cuaderno me parecieron <i>claros</i> .					
4.25.	Los <i>ejercicios</i> del cuaderno me parecieron <i>escasos</i> .					
4.26.	Los <i>ejercicios</i> me resultaron <i>fáciles</i> de resolver.					
4.27.	Los <i>ejercicios</i> me parecieron <i>útiles</i> .					
4.28.	Las <i>indicaciones</i> para resolver el problema final en grupo me parecieron <i>confusas</i> .					
4.29.	El <i>problema</i> final me pareció <i>difícil</i> .					
4.30.	El <i>problema</i> final me pareció <i>interesante</i> .					
4.31.	Un <i>problema</i> final fue <i>suficiente</i> para integrar los contenidos.					
4.32.	Las <i>fuentes de información</i> me parecieron de <i>buena calidad</i> .					
4.33.	Las <i>fuentes de información</i> fueron <i>insuficientes</i> .					
4.34.	No consulté las <i>fuentes de información</i> que me sugirieron en el cuaderno.					
4.35.	Las <i>fuentes de información</i> me resultaron <i>útiles</i> para mi aprendizaje.					
4.36.	Las <i>exposiciones</i> del <i>maestro</i> me parecieron <i>claras</i> .					
4.37.	La <i>participación del maestro</i> en esta					

F – Escala percepción de la experiencia

	experiencia me pareció <i>importante</i> .					
4.38.	Hubo buena <i>comunicación</i> entre <i>maestro y alumnos</i> .					
		Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Indeciso	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
4.39.	El <i>maestro desconocía</i> los <i>temas</i> que se trataron.					
4.40.	El <i>maestro no utilizó</i> el <i>cuaderno</i> del estudiante para el desarrollo de sus clases.					
4.41.	El <i>maestro fue accesible</i> a mis preguntas.					
4.42.	Las respuestas del maestro a mis preguntas me <i>satisficeron</i> .					
4.43.	Mi <i>maestro me dio ideas</i> para resolver los ejercicios.					
4.44.	Mi <i>maestro me ayudó</i> a resolver ejercicios que, <i>solo(a) no hubiera podido hacer</i> .					
4.45.	La <i>interacción</i> , en general, con mis <i>compañeros</i> en las clases fue <i>importante</i> para mi aprendizaje.					
4.46.	La <i>interacción</i> con mis <i>compañeros de grupo</i> en la resolución del problema fue <i>enriquecedora</i> .					
4.47.	El trabajo en <i>grupo</i> fue <i>innecesario</i> para mi aprendizaje.					
4.48.	Mis <i>compañeros me ayudaron</i> a resolver ejercicios que, <i>solo(a) no hubiera podido hacer</i> .					
4.49.	No leí el <i>cuaderno</i> del estudiante.					
4.50.	Considero que el <i>cuaderno</i> fue útil para mi aprendizaje.					
4.51.	Considero que el <i>cuaderno</i> estaba incompleto.					
4.52.	Considero que aprendí Estadística en este curso.					